О СОВРЕМЕННОЙ ТОЧКЕ ЗРЕНИЯ НА ОБЩИЙ ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ А. ЭЙНШТЕЙНА

В.Г. Жотиков

Московский физико-технический институт (государственный университет), Москва, Россия

zhotikov@yandex.ru

Уже давно в физической науке сложилась парадоксальная ситуация. С середины прошлого столетия, в оценки значения общего принципа относительности (ОПО), мнение физического сообщества, разделилось на две противоположные точки зрения. Не станем перечислять всех сторонников и противников той или иной из них, а для краткости свяжем их с именами их ярких представителей — крупнейших физиков 20-го века. Первую назовем точкой зрения В. Гинзбурга (см., например, [1]). Вторую, назовем точкой зрения В. Фока (см., например, [2,3]). Первая трактует общую теорию относительности (ОТО) А. Эйнштейна как важнейшее достижение физической мысли 20-го века. Вторая вообще отрицает роль ОПО как фундаментального физического принципа. Цель работы — дать представления о современном состоянии вопроса. Истинный смысл принципа относительности раскрывается при введения в физическую науку новых геометрий, более общих, чем геометрия римановых пространств, служащая математическим основанием ОТО и СТО. К ним относятся геометрия финслеровых пространств и ее обобщения — геометрии пространств с ареальной метрикой (см., например, [12, 14]).

Ключевые слова: принцип относительности, вариационный принцип, принцип калибровочной инвариантности.

1 Введение

Общий принцип относительности был сформулирован А. Эйнштейном в работе 1916 года так [15]: «Законы физики должны быть так составлены, чтобы они были действительны для произвольно движущихся координатных систем». В этой же работе, как и в дальнейшем, это положение использовалось им и другими авторами и в такой формулировке: «Законы природы должны быть ковариантными относительно произвольных непрерывных преобразований координат». Этот принцип общей ковариантности А. Эйнштейн назвал общим принципом относительности.

В середине 50-х годов прошлого столетия в физическом сообществе, в отношении роли и значения для физической науки общего принципа относительности наметился серьезный раскол мнений. Так, В. Гинзбург в [1] назвал « ... общую теорию относительности (ОТО) величайшим научным достижением, созданным гением А. Эйнштейна.» Там же он сформулировал свою точку зрения на ОТО, которую неоднократно повторял: «Не подлежит сомнению, что общая теория относительности Эйнштейна сохранится в веках как одно из величайших достижений человеческой мысли».

В свою очередь, В. Фок в [2] в этом же издании сообщает, что «теория тяготения неправильно понята ее автором». Более того, в своей известной книге [3] он делает еще более радикальный вывод: «Общий принцип относительности, как физический принцип, который имел бы место по отношению к произвольным системам отсчета невозможен». Это утверждение В. Фока вызвало, в свое время, прямо-таки болезненную реакцию некоторых крупных физиков того времени.

В этой связи, нельзя не упомянуть, что в 70-е – 80 годы годы прошлого столетия благодаря усилиям ряда отечественных и зарубежных специалистов в прояснении роли общего принципа относительности в физической науке, был достигнут определенный прогресс. Мы не будем перечислять варианты развиваемых в то время подходов, а отсылаем читателя к обзору Н. Черникова [4] и очень полезной широкому кругу читателей книге Ю. Владимирова [5].

Прежде чем вернуться в наши дни, уместным будет напомнить, что еще 150 лет назад Р. Риман, в своей диссертации, представленной для получения звания доцента, высказал чрезвычайно глубокую мысль (см. [6]). Рассматривая метрику как меру определение расстояния между «точками» некоторого абстрактного геометрического пространства, он отметил, что могут существовать две и только две возможности. Либо пространство, дискретно, тогда его метрика заложена в нем самом и дается счетом дискретных элементов. Либо пространство пространство непрерывно, тогда его метрика не может быть заключена непосредственно в нем самом, а должна устанавливаться извне.

Согласно А. Эйнштейну, метрика нашего мира, т. е. 4-мерного пространства-времени, должна быть отнесена ко второму из указанных Р. Риманом типов. Однако, развитие квантовой физики по-новому поставило вопрос о структуре пространства и времени в микромире. В наши дни стало очевидным, что в масштабах микромира пространство-время дискретно с характерными величинами, определяемыми через планковские длину l_{Pl} и время t_{Pl}. Другими словами, в микромире, судя по всему, имеет место первая из указанных Р. Риманом возможностей. В рамках классических представлений дискретное пространство можно ассоциировать с совокупностью узлов кристаллической решетки. Ясно, что подобная структура не может не быть анизотропной [7, 8].

В настоящее время мы являемся свидетелями того, что на место римановой геометрии, занимавшей господствующее положение в физике (гравитация, астрофизика, космология и т. д.) на протяжении почти целого столетия, начинают приходить новые, более общие геометрические теории. Речь идет о геометрии Финслера (П. Финслер: 1918) [9], в ее современном изложении и дальнейших ее обобщениях. К важным обобщениям геометрии Финслера мы относим, прежде всего, геометрию пространств с ареальной метрикой (см. [11,14] и ссылки приведенные в них).

Интерес к указанным геометриям обусловлен прежде всего тем, что риманова геометрия представляет собой частный случай геометрии Финслера. В свою очередь, интерес к геометрии пространств с ареальной метрикой возник у физиков в последние 20 – 25 лет (см. [11]). Эта геометрия включает в себя геометрию Финслера в качестве частного случая и представляет собой характерный пример некоммутативной геометрии. По классификации Г. Римана она относится к первому типу геометрий.

Начала геометрии пространств с ареальной метрикой изложены в известной работе выдающегося математика 20-го века В. Вагнера [16]. Дальнейшее развитие идей В. Вагнера получило в работах Г. Жотикова [17] и Н. Кабанова [18] и многих других его учеников.

Цель работы — взглянуть на общий принцип относительности с высоты геометрий, включающих в себя риманову геометрию в качестве частного случая. Результат такого взгляда приводит нас к современной точке зрения на общий принцип относительности и его роль в современных физических теориях.

Работа построена следующим образом. В разделах 2 и 3 приводятся необходимые сведения о геометрии Финслера и геометрии пространств с ареальной метрикой. В разделе 4 обсуждаются вопросы геометрической интерпретации принципа калибровочной инвариантности. В разделе 5 вводится понятие глобального пространства наблюдателей. Геометрической моделью последнего служит расслоенное пространство. Структура и свойства последнего определяются структурой функции Лагранжа (лагранжианом) физической задачи. В это пространство погружено 4-пространство-время как общей, так и специальной теорий относительности. Здесь же обсуждается вопрос о роли общего принципа относительности с точки зрения геометрий более общих, чем, риманова геометрия, являющейся математическим фундаментом общей теории относительности (ОТО). Наконец, в разделе 5 кратко формулируются полученные результаты. В дальнейшем на протяжении всей работы мы будем использовать естественную систему единиц, в которой $h = c = 1$. Действие выражается тогда безразмерной величиной.

Предварительно напомним некоторые математические факты, лежащие в основаниях геометрии Финслера и геометрии пространств с ареальной метрикой. Поскольку на протяжение всего текста мы будем употреблять термин *геометрическая интерпретация движения динамической системы*, то начнем с того, что предварительно сформулируем, что следует понимать под данным термином и его обобщениях.

Геометрическая интерпретация движения динамической системы состоит в построении для нее геометрического пространства (некоторого N – мерного многообразия), наделенного определенной структурой) уравнения движения точки которого совпадают с уравнениями движения этой системы. Геометрическое пространство должно быть таким, чтобы допустимые преобразования его координатных систем соответствовали допустимым преобразованиям параметров, характеризующих движение этой динамической системы. Тогда уравнения движения точки в этом пространстве, записанные в тензорном или другом инвариантном виде будут инвариантными относительно преобразований параметров системы.

Аналогичным образом формулируются вопросы касающиеся геометрической интерпретации двух важнейших принципов современной физической науки: принципа наименьшего (экстремального) действия и принципа калибровочной инвариантности.

2 О геометрической интерпретации принципа наименьшего действия

К геометрии Финслера мы приходим давая геометрическую интерпретацию принципа наименьшего (экстремального) действия для обыкновенного интеграла (см., например, [10, 12, 13] и др.). Делается это следующим образом.
Пусть задан функционал действия физической системы

$$S[\gamma] = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q})\, d\tau. \tag{1}$$

Здесь L — функция Лагранжа (лагранжиан); $q = \{q^\alpha(\tau)\}$ — обобщенные координаты, $\dot{q} = \{\dot{q^\alpha}(\tau)\}$, где $\dot{q^\alpha} = \dfrac{dq^\alpha}{d\tau}$ — обобщенные скорости, $\alpha, \beta = 1, \ldots, n$.
Интеграл определен на множестве ориентированных кривых γ,

$$q^\alpha = q^\alpha(\tau),\ \tau \in [t_1, t_2], \tag{2}$$

описывающих все возможные траектории движения исследуемой системы. Совокупность n величин $\dot{q}^\alpha$ интерпретируется как касательный вектор к кривой γ принадлежит касательному векторному пространству $T^n(P)$ в точке $P(q^\alpha(\tau))$.
Совокупность $2n$ чисел $(q^\alpha(\tau), \dot{q}^\alpha(\tau))$ определяет касательный линейный элемент в некоторой точке кривой γ. Тогда действие S можно интерпретировать как длину дуги указанной ориентированной кривой γ в некотором абстрактном геометрическом пространстве. Важным примером понятия геометрического пространства является пространство конфигураций динамической системы.

Пусть некая динамическая система имеет n степеней свободы. Это означает, что каждое положение вполне можно определить посредством n независимых параметров (обобщенных координат) $q^\alpha, \alpha = 1, \ldots, n$. Каждое положение системы (при фиксированных значениях q^α) называется ее конфигурацией. Множество допустимых состояний системы называется множеством ее конфигураций.

Когда говорят, что система имеет n степеней свободы, то подразумевают, что каждая конфигурация системы определяется заданием упорядоченной системы n чисел. Например, твердое тело, движущееся в обычном евклидовом 3-пространстве, имеет шесть степеней свободы: три координаты центра масс x, y, z и три эйлеровых угла φ, ψ, θ для каждой конфигурации.

Введением понятия пространства конфигураций вся динамика рассматриваемой системы сводится к исследованию движения точки в многомерном пространстве конфигураций. Если классическая динамическая система имеет n степеней свободы, а t — инвариантное (собственное) время, то уравнения движения будут иметь вид

$$q^\alpha = q^\alpha(t).$$

Геометрически эти уравнения описывают некоторую кривую в пространстве конфигураций, которое мы идентифицируем с геометрическим пространством X^n.

Напомним теперь определение понятия финслерова пространства.

Определение 1. *Геометрическое пространство X^n, в котором длины s дуг кривых определяются посредством выражения (1), называется пространством Финслера или финслеровым пространством.*

Геометрия такого пространства называется *геометрией Финслера* или *финслеровой геометрией.*

Инвариантность интеграла действия (1) относительно преобразований общего вида

$$t \to t'(t);\; q^\alpha \to q^{\alpha\prime} = q^{\alpha\prime}(q^\alpha), (Det\left|\frac{\partial q^{\alpha\prime}}{\partial q^\alpha}\right| \neq 0) \tag{3}$$

накладывают ограничения на структуру функции Лагранжа $L(q, \dot{q})$. Она должна быть: 1) положительно однородной первой степени относительно обобщенных скоростей; 2) неотрицательной ($L(q, \dot{q}) > 0$) для $\dot{q} \neq 0$); 3) квадратичная форма $g_{\alpha\beta}\xi^\alpha\xi^\beta$ от переменных $\xi^\alpha \neq 0$ где $g_{\alpha\beta} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 L}{\partial\dot{q}^\alpha\partial\dot{q}^\beta}$ положительно определена.

Условия 1) – 3) дают классическое определение метрики Финслера. В свою очередь условие однородности 1) функции Лагранжа приводит к так называемым однородным (релятивистским) лагранжианам. Приходим к еще одному определению финслерова пространства.

Определение 2. *Геометрическое пространство X^n с заданной в нем метрикой Финслера называется пространством Финслера. Его принято обозначать F^n.*

Уравнение

$$L(q^\alpha, x^\alpha) = 1,\; x^\alpha \in T^n(P),\; P \in X^n \tag{4}$$

определяет в каждом локальном $T^n(P)$, $P \in X^n$ некоторую гиперповерхность, которую называют поверхностью лагранжиана единичного действия или локальной индикатрисой метрики Финслера.

Понятие *локальная индикатриса метрики* является одним из ключевых понятий в геометрической интерпретации принципа наименьшего действия. Само название *индикатриса* происходит от латинского слова *indico — указываю, определяю* и означает: указательная поверхность, вспомогательная поверхность, характеризующая зависимость каких либо свойств среды от направления. Для построения индикатрисы из одной точки (центра) проводят радиус-векторы, длина которых пропорциональна величине, характеризующей данное свойство среды в данном направлении. Например: электропроводность, показатель преломления, модули упругости и т. д.

Обсудим физический смысл понятия локальной индикатрисы. Локальная индикатриса представляет собой гиперповерхность[1] в каждом локальном касательном $T^n(P)$, $P \in X^n$. Она характеризует анизотропию скорости изменения единичного действия и имеет физическую размерность[2] [*действие : время = энергия*].

В геометрии Финслера функция Лагранжа выполняет роль метрической функции пространства конфигураций X^n. Каждой конкретной функции Лагранжа (лагранжиану) физической задачи соответствует своя локальная индикатриса, определяющая метрику в пространстве конфигураций X^n. Таким образом, заданием локальной индикатрисы, т. е. поверхности скорости изменения единичного действия обеспечивается введение в каждой точке пространства X^n всех необходимых процедур измерения физических величин. Другими словами, оснащение пространства X^n полем локальных индикатрис означает оснащение каждой точки пространства X^n ансамблем локальных наблюдателей оснащенных полным набором необходимым измерительных средств и методиками измерения физических величин.

Аналогичным образом, в сопряженном локальном касательном (более точно, в кокасательном) пространстве $T^{*n}(P)$, соответствующем $T^n(P)$, $P \in X^n$ с помощью семейство гиперплоскостей строится гиперповерхность

$$H(q^\alpha, y_\alpha) = 1, \ y_\alpha \in T^{*n}(P), \ P \in X^n, \tag{5}$$

где H – гамильтониан системы, а y_α – обобщенный импульс в $T^{*n}(P)$, канонически сопряженный x^α в $T^n(P)$.
Гиперповерхность (5) называют локальной поверхностью гамильтониана или локальной фигуратриссой метрики Финслера. Уравнения

$$L(q^\alpha, x^\alpha) = 1, \ x^\alpha \in T^n(P), \quad P \in X^n \tag{6}$$

$$H(q^\alpha, y_\alpha) = 1, \ y_\alpha \in T^{*n}(P), \quad P \in X^n \tag{7}$$

определяют контравариантную и ковариантную векторные метрики в F^n.

В силу известной *теоремы взаимности*, локальная поверхность гамильтониана Π_H (локальная фигуратриса) есть взаимно полярная поверхность для поверхности лагранжиана Π_L (локальная индикатриса) и обратно.

Геометризация интеграла действия (1) приобретает простой и наглядный смысл, если от выражений для локальных индикатрисы (6) и фигуратрисы (7) перейти к их записи в эквивалентной параметрической форме:

$$x^\alpha = \ell^\alpha(q^\alpha, \Theta^i) = 1, \quad i = 1, ..., n-1, \tag{8}$$

$$y_\alpha = \ell_\alpha(q^\alpha, \Theta^i) = 1, \quad i = 1, ..., n-1. \tag{9}$$

Здесь Θ^i – параметры, определяющие положение точки или касательной гиперплоскости на указанной поверхности $\Theta^i \in X^{n-1}(P)$, $P \in X^n$. Отсюда следует, что состояние объекта (частицы) описывается координатами положения точки на локальной индикатрисе.

Согласно В. Вагнеру [10] пространство Финслера F^n удобно рассматривать как *расслоенное пространство*. Базой его является пространство конфигураций X^n, а слоями являются касательные пространства $T^n(P)$, $P \in X^n$ с заданными в них локальными индикатрисами X^{n-1}, $P \in X^n$. Приходим, таким образом, к расслоенному пространству $X^{n-1}(X^n)$.

Отсюда становится понятным и физический смысл пространства $X^{n-1}(X^n)$. Это геометрическая модель пространства всех произвольных локальных ансамблей наблюдателей

[1] В геометрии гиперповерхностью принято называть поверхность размерностью $n-1$, погруженную в пространство n измерений. Аналогичный смысл имеет термин гиперплоскость.

[2] В принятой системе единиц $h = c = 1$ ее физическая размерность $[\text{см}]^{-1}$.

при описании функционала действия с помощью обыкновенного интеграла (1) в отсутствие наложенных на систему связей. К обсуждению понятия пространства всех возможных наблюдателей мы вернемся вновь в разделе 5, с учетом результатов полученных в разделах 3 и 4.

Геометрия риманова пространства, которое мы будем обозначать как V^n, представляет собой частный случай геометрии финслерова пространства F^n. Это приводит к серьезным далеко и идущим следствиям. Напомним, в этой связи, что математическим фундаментом «классической» ОТО является 4-мерное риманово пространство V^4.

Действительно, как было установлено выше, геометрия Финслера сводится к теории поля локальных гиперповерхностей[3] [10]. В общем случае локальные гиперповерхности (индикатрисы) $X^{n-1}(P)$, $P \in X^n$ могут быть, вообще говоря, произвольными. В свою очередь, риманова геометрия сводится к теории поля локальных центральных гиперповерхностей второго порядка, т. е. к случаю, когда в каждом локальном касательном $E^n(P)$, $P \in X^n$ индикатриса представляет собой гиперповерхность 2-го порядка.

Рассмотрим теперь одно из обобщений финслерова пространства. Вернемся вновь к общему пространству Финслера. Пусть теперь на систему наложены p связей, где $p = r+1, \ldots, n$:

$$\Phi_p(q, \dot{q}) = 0. \tag{10}$$

Теперь мы имеем дело с геометризацией, известной в вариационном исчислении, задачи Лагранжа. Индикатриса метрики вариационной задачи Лагранжа становится r-мерной локальной поверхностью $X^r(P)$, где $r = 1, \ldots, n-1$. Тем самым, приходим к понятию дифференцируемого многообразия с *метрикой Лагранжа.*
Эта задача в геометрическом отношении сводится к теории поля локальных поверхностей

$$\ell^\alpha = \ell^\alpha(q^\beta, \Theta^i), \ (\alpha, \beta = 1, ..., n; \ i = 1, ..., r). \tag{11}$$

Приходим к расслоенному пространству типа $X^r(X^n)$, т. е. к пространству X^n с заданной в нем метрикой Лагранжа. Тем самым, мы получаем одно из важных обобщений геометрии Финслера — дифференцируемое многообразие X^n с метрикой Лагранжа. В частном случае пространства X^n с метрикой Лагранжа, если имеет место $r = n-1$, мы возвращаемся пространство Финслера F^n.

В заключении раздела рассмотрим простейший пример метрической функции «свободной» релятивистской частицы без заряда и спина. Мы имеем теперь дело с пространством Минковского M^4. Другими словами, имеет место частный случай: $n = 4$; $q^\alpha \equiv x^\alpha$, $\alpha = 0, 1, \ldots, 3$; $X^4 \equiv E^4$

$$L(x, \dot{x}) = m\sqrt{\dot{x}^2}. \tag{12}$$

Индикатрисой метрики для лагранжиана (12) является 3-мерный гиперболоид, т. е. 3-псевдосфера с центром в каждой точке аффинного пространства E^4, в которое вырождается пространство V^4

$$x^\alpha = \ell^\alpha(\Theta^i), i = 1, 2, 3. \tag{13}$$

Этот 3-гиперболоид, представляет собой пример поверхности 2-го прядка и лежит на локальном световом конусе с вершиной в каждом точке $P \in E^4$, в которое вырождается риманово пространство V^4. Задание 3-гиперболоида с вершиной в каждой точке пространства превращает последнее в пространство Минковского M^4.

В рассматриваемом примере финслерово пространство F^4 вырождается в риманово пространство V^4, когда локальные гиперповерхности (индикатрисы) общего вида вырождаются в локальные гиперповерхности 2-го порядка. Можно сказать и так: геометрическая интерпретация действие для «свободной» релятивистской частицы (без заряда

[3]В данном контексте термин *теория поля* имеет математический смысл, например: *теория векторного поля.* Не путать с термином *теория поля*, применяемом в физике.

и спина) приводит к пространству Минковского M^4, т. е. к пространству-времени СТО. Пространство-время ОТО V^4 в отсутствии кривизны в каждой его точке, вырождается в аффинное пространство E^4. Последнее после задания в каждой его точке индикатрисы метрики (13) превращается в пространство-время СТО M^4.

3 Некоторые факты из геометрии пространств с ареальной метрикой

В предыдущем разделе было установлено, что геометрия Финслера, дающая геометрическую интерпретацию обыкновенной вариационной задачи, может рассматриваться как геометрия пространства X^n в локальных касательных пространствах $E^n(P)$ которого задана локальная гиперповерхность $\Pi^{n-1}(P)$.

Геометрическая интерпретация вариационной задачи для кратных интегралов или другими словами, геометрическая интерпретация различных теорий поля, требует построения геометрии пространства X^n, в локальных касательных пространствах $E^n(P)$ которого задана m-мерная ареальная метрика, т. е., определено измерение m-мерных объемов (площадей) в ориентированных m-мерных плоскостях (см. [16, 17, 25] и ссылки, приведенные там).

В геометрии Финслера пространство X^n имеет физический смысл расширенного конфигурационного пространства, где q^α — обобщенные координаты, $\alpha = 1, \ldots, n$. Теперь пространство X^n несет в себе другой физический смысл. Оно представляет собой общее геометрическое пространство, элементами («точками») которого являются совокупность n фундаментальных физических полей ψ^α, $\alpha = 1, \ldots, n$. Совокупность этих полей действует на m-мерном дифференцируемом многообразии, X^m. При этом, m удовлетворяет условию $1 \leqslant m \leqslant n-1$.

Пространство-время ОТО рассматривается теперь как 4-мерное геометрическое пространство X^4 специального типа, которое погружено в пространство X^n. Согласно известной теореме Вагнера-Кавагучи [17, 25], если числа m и n – взаимно простые, то m-мерная ареальная метрика в X^n индуцирует в последнем m-мерную риманову метрику. Сигнатура последней будет определяться конкретными значениями чисел m и n.

Говоря другими словами, геометризация вариационного принципа для случая кратного интеграла приводит к еще одной более общей геометрии. Эта геометрия носит название геометрия ареальных пространств, или геометрия пространств с ареальной метрикой [16–18]. Она включает в себя геометрию Финслера в качестве частного случая. С подробным изложением сути дела можно ознакомиться в монографии автора [25]. Там же можно найти необходимые ссылки на работы других авторов. По классификации Г. Римана мы имеем дело с геометрическими пространствами второго типа.

Геометризация принципа наименьшего действия в теории поля, не может быть математически корректно осуществлена без привлечения геометрии ареальных пространств. По этой причине, наша ближайшая задача состоит в том, чтобы дать общие краткие сведения о геометрии пространств с такой метрикой

Понятия *ареальная метрика* и *пространство с ареальной метрикой* вводятся следующим образом. Рассматривается задача отыскания экстремума m-кратного интеграла

$$S = \int \cdots \int_m L(\psi^\alpha, \psi^\alpha_a) du^1 ... du^m \quad (a, b = 1, ..., m) \tag{14}$$

как функции ориентированной m-мерной поверхности

$$\psi^\alpha = \psi^\alpha(u^a) \tag{15}$$

с закрепленной или подвижной границей. Значение интеграла (14) при $\psi_a^\alpha = \dfrac{\partial \psi^\alpha}{\partial u^a}$ называют площадью поверхности (15). Соответственно, индекс m в (14) и в (15) удовлетворяет условию $1 \leq m \leq n-1$.

Определение 3. *Пространством с m-мерной ареальной метрикой называется пространство (дифференцируемое многообразие) X^n, в котором задан интеграл (14), инвариантный относительно допустимой параметризации поверхностей (15).*

При $m=1$, возвращаемся к задаче геометризации обыкновенного интеграла действия, или, другими словами, геометрия пространств с ареальной метрикой при $m=1$ сводится к геометрии Финслера. При $m=n-1$ (случай гиперкратного интеграла действия) приходим к геометрии Картана.

Изучение свойств m-мерной ареальной метрики в E^n сводится к геометрии $m(n-m)$-мерной поверхности в $\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$-мерном пространстве M_m^n всех контравариантных m-векторов в E^n. Здесь символ $\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$ обозначает число сочетаний из n по m. Такая поверхность называется *грассмановой индикатрисой* m-мерной ареальной метрики в локальном E^n.

Пространство M_m^n является пространством Клейна, в котором преобразование допустимых координатных систем определяется группой преобразований, являющейся подгруппой центрально-проективной группы в $\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$ переменных[4]. В названных выше частных случаях $m=1$ и $m=n-1$ пространство M_m^n вырождается в E^n.

Как и в случае с геометрией Финслера, введение понятия индикатрисы m-мерной ареальной метрики оказывается очень полезным. Так, необходимое условие Вейерштрасса, достаточное условие Вейерштрасса, а также условия Лежандра-Адамара экстремума функционала действия (14) интерпретируются геометрически с помощью индикатрисы ареальной метрики.

Формулы (8) и (9) предыдущего раздела будут выглядеть теперь так:

$$L(\psi^\alpha, x^{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle}) = 1,\ x^{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle} \in M_m^n(P), P \in X^n, \tag{16}$$

$$H(\psi^\alpha, y_{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle}) = 1,\ y_{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle} \in M_m^{*n}(P), P \in X^n. \tag{17}$$

Здесь символ $\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle$ обозначает, что индексы $\alpha_1 \dots \alpha_m$ в этих выражениях лексикографически упорядочены. Соответственно, выражения для локальных индикатрис (8) и фигуратрис(9) теперь будут иметь вид:

$$x^{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle} = \ell^{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle}(\psi^\alpha, \Theta^i) = 1,\ \ i = 1, \dots, m(n-m), \tag{18}$$

$$y_{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle} = \ell_{\langle \alpha_1 \dots \alpha_m \rangle}(\psi^\alpha, \Theta^i) = 1,\ \ i = 1, \dots, m(n-m). \tag{19}$$

Итак, геометризация вариационной задачи на безусловный экстремум сводится к теории поля локальных $m(n-m)$-поверхностей, или, другими словами, к расслоенному пространству $X^{m(n-m)}(X^n)$. В свою очередь, вариационная задача Лагранжа для кратных интегралов соответственно сводится к теории поля локальных r-поверхностей, где $1 \leqslant r < m(n-m)$, или к расслоенному пространству $X^r(X^n)$. Оба данных случая можно объединить в один (см., например, [17, 25],), когда рассмотрению подлежит расслоенное пространство $X^r(X^n)$, а размерность слоя удовлетворяет условию $1 \leqslant r \leqslant m(n-m)$.

[4] по поводу группы см. следующий раздел.

4 О геометрической интерпретации принципа калибровочной инвариантности

Калибровочный принцип наряду с вариационным принципом является одним из краеугольных принципов современной физики. Термины «калибровочная симметрия» и «калибровочные преобразования» были введены Г. Вейлем (H. Weyl) примерно в 1920 году. В то время он пытался сформулировать теорию, способную объединить электромагнетизм с общей теорией относительности. Он был первым, кто предложил теорию, которая оставалась бы инвариантной по отношению к произвольным локальным изменения масштабов в пространстве-времени. В этой теории для каждой точки пространства времени принимался различный масштаб длины и времени. Работа была написана на немецком языке [19], и Г. Вейль употребил термин «Eich Invarianz» , который был первоначально переведен как «масштабная инвариантность», но альтернативный перевод «калибровочная инвариантность» теперь общепринят.

Одним из простейших примеров калибровочных преобразований являются калибровочные преобразования в электродинамике: тензор электромагнитного поля $F_{\mu\nu}(x)$ и уравнения Максвелла не меняют своего вида если 4-вектор-потенциал $A_\mu(x)$ электромагнитного поля преобразуется как

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu \lambda(x), \tag{20}$$

где λ – произвольная скалярная функция от 4-координат x пространства-времени, $\mu = 1, \ldots, 4$.

На самом же деле, первоначальная идея Г. Вейля состояла в том, что преобразования (20) должны индуцировать преобразования пространственно-временных степеней свободы. Однако, после критики А. Эйнштейна[5], Г. Вейль вынужден был отказаться от такой попытки, тогда как формула (20) вместе с формулой

$$\psi(x) \to \exp\left(\frac{ie}{h}\lambda(x)\right)\psi(x),$$

где ψ – волновая функция, а e – заряд электрона, вошли во многие современные книги по физике.

Рассмотрим теперь более общий случай калибровочных преобразований в F^n. Хорошо известно, что уравнения движения, получаемые вариацией действия (1) не изменяют свой вид (являются форм-инвариантными) при преобразованиях функции Лагранжа $L \mapsto' L$:

$$'L = L - \frac{df(q)}{dt}, \tag{21}$$

где $f(q)$ – произвольная функция от обобщенных координат.
Используя определение обобщенного импульса $p_\alpha = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}^\alpha}$ и свойство функции $L(q, \dot{q})$ (положительная однородность 1-й степени относительно $\dot{q}$), имеем:

$$'p_\alpha = p_\alpha - \sigma_\alpha(q), \tag{22}$$

где ковариантный n-вектор σ_α будем назвать n–вектором импульсных трансляций.

$$\sigma_\alpha(q) = \partial_\alpha f(q). \tag{23}$$

Геометрическая интерпретация калибровочных преобразований (21) была дана В. Вагнером (1945) в работе [20]. Подробно геометрическая теория этих преобразований изложена им в его работе [21]. Кратко дело сводится к следующему.

[5] С современной точки зрения критика оказалась явно не справедливой.

Чтобы обеспечить инвариантность интеграла действия (1), при преобразованиях импульсных трансляций (22) должны индуцировать в координатном пространстве преобразования

$$'x^{\alpha} = \frac{x^{\alpha}}{1 - \sigma_{\beta}(q)x^{\beta}}\,. \tag{24}$$

В свою очередь, преобразования (24) индуцируют преобразования импульсных трансляций (22). Такая взаимозависимость имеет место в проективной геометрии, благодаря имеющему в ней *принципу двойственности*, а именно, проективное пространство может рассматриваться как множество пар: взаимных (двойственных) контра- и ковариантных векторов. Совокупность преобразований (22) и (24) В. Вагнер [21] назвал *преобразованиями Каратеодори*, имея в виду тот факт, что именно К. Каратеодори [22,23] был первым, кто применил преобразования (21) для вывода достаточные условия экстремума функционала действия (1). Отсюда становится ясным, что совокупность преобразований (22) и (24) представляют собой геометрическую интерпретацию калибровочных преобразований (21) для действия (1). Иногда, в целях общности, в них включают и дискретные преобразования отражений от центра локального $E^n(P)$, $P \in X^n$. Они записываются в таком виде:

$$'p_{\alpha} = \varepsilon(p_{\alpha} - \sigma_{\alpha}(q)), \tag{25}$$

$$'x^{\alpha} = \frac{\varepsilon x^{\alpha}}{1 - \sigma_{\beta}(q)x^{\beta}}. \tag{26}$$

Преобразования (25 – 26) называются собственными, если $\varepsilon = +1$ и несобственными, если $\varepsilon = -1$. Совокупность преобразований (22) и (24) образуют группу, тогда как совокупность преобразований (25) и (26) обобщенную группу Вагнера. В качестве параметров в обоих случаях выступают определяющие числа (компоненты) ковариантного вектора импульсных трансляций $\sigma_{\alpha}(q)$ в локальном $E^n(P), P \in X^n$. Данная группа представляет собой одну из подгрупп группы проективных преобразований в этом $E^n(P)$, $P \in X^n$.

В проективной геометрии эта группа, является подгруппой группы центрально-проективных преобразований и название группа гомологических преобразований, или, кратко группа гомологий [24].

Группа преобразований (25), (26) как и ее подгруппа, определяемая преобразованиями (22), (24), демонстрируют взаимосвязь между изменениями происходящими с частицей. Изменения обобщенного импульса при взаимодействии с окружающей средой (25), индуцируют изменения ее обобщенных координат согласно (26). Имеет место и обратное утверждение: всякое изменение (движение) обобщенных координат (26) сопровождается получением из внешнего окружения или отдачей в него соответствующей порции действия. Другими словами, приходим к очевидному заключению, что изменение (квантами) действия со всем своим окружением (средой).

Сказанное выше говорит нам о том, что давая геометрическую интерпретацию калибровочным преобразованиям, мы с неизбежностью приходим к введению в физику идей и методов проективной геометрии. Если рассматривать частный случай финслерова пространства — финслерово пространство-время F^4, то группа 4-импульсных трансляций вместе с группой вращение 4-мерного пространства-времени (однородная группа Лоренца) образуют группу центрально-проективных преобразований в каждом локальном касательном $E^4(P)$, $P \in F^4$.

В пространствах с ареальной метрикой аналогами преобразований (25) и (26) становятся преобразования

$$'p_{\langle\alpha_1\ldots\alpha_m\rangle} = \varepsilon(p_{\langle\alpha_1\ldots\alpha_m\rangle} - \pi_{\langle\alpha_1\ldots\alpha_m\rangle}(\psi)), \tag{27}$$

$$'x^{\langle\alpha_1\ldots\alpha_m\rangle} = \frac{\varepsilon x^{\langle\alpha_1\ldots\alpha_m\rangle}}{1 - \pi_{\langle\beta_1\ldots\beta_m\rangle}(\psi)x^{\langle\beta_1\ldots\beta_m\rangle}}. \tag{28}$$

Теперь они действуют в каждом локальном пространстве $M_m^n(P)$, $P \in X^n$. В качестве параметров преобразований выступают компоненты ковариантного m-вектора $\pi_{\langle\alpha_1 \dots \alpha_m\rangle}$ в каждом локальном M_m^n [17].

Группа преобразований (25) (26) в случае обыкновенного интеграла действия, как и группа преобразований (27) (28) в случае кратного интеграла действия, дают основания говорить о наличие в Природе, новых, более общих симметрий. Соответственно, приходим к более общим законам сохранения. Такие законы сохранения будут имеют место для пространства-время обладающего неоднородной и нарушенной изотропной структурой в каком нибудь из своих масштабов.

В заключение, заметим, что появление нового вида симметрии часто означает кардинальное изменение свойств, так как это есть результат появления нового инварианта.

5 Вложение пространства-время ОТО в пространство наблюдателей

В разделе 2, давая геометрическую интерпретацию принципа наименьшего действия мы пришли к геометрии Финслера, как теории поля локальных поверхностей в пространстве степеней свободы X^n (база расслоенного пространства) динамической системы, мы пришли к расслоенному пространству типа $X^{n-1}(X^n)$.

Случай геометризации принципа наименьшего действия при наличие связей (вариационная задача Лагранжа для обыкновенного интеграла действия) приводит к расслоенному пространству $X^r(X^n)$. Размерность слоя r в зависимости от количества наложенных на систему связей в виде дифференциальных уравнений в частных производных и удовлетворяет условию $1 \leqslant r < n-1$. Оба эти случая сводятся к единой геометрической конструкции, а именно, к расслоенному пространству $X^r(X^n)$, где теперь для размерности слоя r имеет место условие $1 \leqslant r \leqslant n-1$.

Таким образом, геометризация всех задач динамики многочастичных систем, в том числе систем с сингулярными лагранжианами, сводится к описанию того или иного конкретного случая расслоенного пространства $X^r(X^n)$ при указанных выше условиях.

В разделе 3 давая геометрическую интерпретацию вариационного принципа для случая m-кратного интеграла, что в физике имеет место при выводе уравнений теории поля, мы пришли к геометрии пространств с ареальной метрикой и, соответственно к расслоенному пространству $X^{m(n-m)}(X^n)$. Напомним, что размерность базы n есть теперь число степеней полей теории, а m – размерность поверхности интегрирования X^m. Они связаны соотношением $1 \leqslant m \leqslant n-1$. Эта же задача при наличии связей (вариационная задача Лагранжа для кратных интегралов) сводится к исследованию расслоенного пространства $X^r(X^n)$. Размерность слоя r зависит от числа наложенных связей в виде дифференциальных уравнений в частных производных и может принимать любые значения значения в интервале $1 \leqslant r < m(n-m)$. Оба случая этого раздела сводятся к единой геометрической конструкции, а именно, к расслоенному пространству $X^r(X^n)$, где теперь размерность слоя r удовлетворяет условию $1 \leqslant r \leqslant m(n-m)$. Мы специально не конкретизируем пока численное значение размерности m поверхности интегрирования $\psi^\alpha = \psi^\alpha(u^a)$. По мере обсуждения мы будем возвращаться к этому вопросу.

Учитывая сказанное выше, а также в целях общности наших последующих рассуждений, мы будем далее иметь дело с общим расслоенном пространством $X^r(X^n)$. При этом, в зависимости от решаемой конкретной задачи, будем всякий раз, помнить высказанные выше соображения, касающиеся размерностей базового X^n и слоевого X^r пространств.

Обсудим физический смысл расслоенного пространства $X^r(X^n)$. Частично, этот вопрос уже поднимался в разделе 2. Теперь мы обсудим этот вопрос для общего случая. Фиксация «точки» базы $P \in X^n$ дает нам локальную индикатрису с центром $P \in X^n$.

Согласно известной теореме (см. например, [17]), объекты линейных аффинных связностей G^b_{ia}, G^q_{ip} и связующие тензоры g^p_{ia}, g^a_{ip} определяют локальную r-поверхность) с центром $P \in X^n$ с точностью до произвольного центрально-проективного преобразования. Напомним, что индексы у этих геометрических объектов пробегают значения: $a, b = 1, \dots, m$; $p, q = 1, \dots, n - m$; $i = 1, \dots, r$. Другими словами, задание указанного набора фундаментальных геометрических объектов локальной индикатрисы позволяет установить ансамбль локальных наблюдателей в точке $P \in X^n$. Само же состояние исследуемого объекта (частицы) описывается вектором состояния (точкой) на локальной индикатрисе $X^r(P)$, $P \in X^n$.

Множество всех локальных индикатрис $X^r(P)$, $P \in X^n$ во всех точках пространства X^n образует расслоенное пространство $X^r(X^n)$. Приходим, к важному понятию *общее геометрическое пространство наблюдателей.*
Объект связности в расслоенном пространстве $X^r(X^n)$

$$\Gamma^i = \Gamma^i(\xi^\alpha, \Theta^i). \tag{29}$$

определяет отображения локальных r-поверхностей $X^r(P)$, $P \in X^n$ (локальных индикатрис) вдоль произвольных линий (траекторий) базисного X^n. В зависимости от решаемой задачи, символ ξ^α для действия (1) несет смысл обобщенных координат q^α, а для действия (14) — компонент фундаментального поля ψ^α.

Связность (29) определяется инвариантным образом через упомянутую фундаментальную систему геометрических объектов локальной индикатрисы G^b_{ia}, G^q_{ip}, g^p_{ib}, g^a_{ip}. Нетрудно убедиться,что все эти геометрические объекты имеют важный физический смысл.

В традиционном описании динамики и теории поля все локальные взаимодействия системы (частицы) со своим окружением (средой) вступают в рассмотрение посредством включения в функцию Лагранжа (лагранжиан теории) или функцию Гамильтона (гамильтониан теории) соответствующих членов, ответственных за указанные взаимодействия. Теперь, при геометрической интерпретации принципа наименьшего (экстремального) действия, все эти взаимодействия «включаются в игру» через фундаментальную систему дифференциальных геометрических объектов локальной индикатрисы. Можно сказать, что взаимодействия задают конкретный вид локальной индикатрисы и сами определяются ею. В свою очередь, получаем, что состав каждого из ансамблей локальных наблюдателей определяется фундаментальной системой геометрических объектов локальной индикатрисы.

Множество всех ансамблей локальных наблюдателей, связанных с каждой точкой P базового пространства, образует общее (глобальное) пространство наблюдателей вдоль всего X^n. Другими словами, расслоенное пространство $X^r(X^n)$ представляет собой геометрическую модель глобального пространства произвольных наблюдателей(инерциальных и не инерциальных). Таким образом, истинной ареной событий в физике является глобальное пространство наблюдателей, т. е. пространство $X^r(X^n)$, а вовсе не пространство-время ОТО.

В качестве примера обратим внимание, что представляет собой общее (глобальное) пространство наблюдателей пространства-времени ОТО Эйнштейна. Последнее представляет собой дифференцируемое многообразие X^4, наделенное римановой метрикой соответствующей сигнатуры. Другими словами, мы имеем дело с расслоенным пространством типа $X^3(X^4)$. Локальными индикатрисами в нем являются 3-мерные поверхности второго порядка, в каждом локальном касательном $T^4(P)$, $P \in X^4$.

С другой стороны, возвращаясь к нашим рассуждениям конца раздела 2, приходим к следующему выводу. Функции Лагранжа (лагранжианы) свободных частиц и полей без источников соответствуют локальным индикатрисам частного вида — локальным поверхностям 2-го порядка.

Справедливым оказывается и обратное утверждение: задание индикатрисы метрики в виде поверхности второго порядка в каждом локальном касательном $T^4(P)$, $P \in X^4$ приводит к лагранжианам, описывающим свободные частицы без заряда и спина. Последнее обстоятельство дает серьезные основания для сомнений существования гравитационных волн в пространстве-времени ОТО Эйнштейна.

Итак, общее пространство наблюдателей пространства-времени ОТО Эйнштейна представляет собой полный набор локально-инерциальных наблюдателей. Отсюда приходим к выводу, что общее пространство наблюдателей ОТО А. Эйнштейна есть частный случай финслерова пространство F^4.

В этой связи, представляется уместным напомнить, на этот счет, соображения Ю. Владимирова: «Общая теория относительности (ОТО) приобретает смысл, заложенный в ее названии, только когда она дополнена методом задания систем отсчета» [5]. Данное требование и было реализовано в настоящей работе на безупречном современном языке дифференциальной геометрии.

6 Обсуждение результатов

Напомним главную цель работы, сформулированную во введении. Она состоит в следующем. Дать аргументированный ответ на вопрос: как видят Мир два произвольных наблюдателя и как результаты их индивидуальных наблюдений одного и того же явления могут быть согласованы между ними?

Ответ на этот вопрос влечет за собой и ответ на второй вопрос: нуждается ли Природа в общем принципе относительности А. Эйнштейна? Результаты предыдущих разделов позволяют дать ответы на оба эти вопроса.

Давая геометрическую интерпретацию принципу наименьшего действия (экстремального) для обыкновенного и кратного интегралов, мы пришли к необходимости введения в физику идей и методов современных дифференциальных геометрий, более общих, чем риманова, представляющая собой математический фундамент ОТО А. Эйнштейна. В свою очередь, давая геометрическую интерпретацию принципа калибровочной инвариантности, который наряду с вариационным принципом является одним из краеугольных принципов современной физики, мы пришли к необходимости введения в физику методов современной проективной дифференциальной геометрии. Успешная геометризация указанных принципов привела к необходимости введения важного для физической науки, как науки, прежде всего экспериментальной, понятия общего пространства наблюдателей. Понятие общего пространства наблюдателей оказывается более фундаментальным, чем понятие пространство-время ОТО. Последнее представляет собой 4-поверхность, погруженную в общее пространство наблюдателей, причем, его метрическая структура определяется структурой вмещающего его пространства наблюдателей.

Таким образом, общий принцип относительности, который в большинстве учебников и монографий по ОТО звучит обычно так: «Все законы природы независимы от выбора (совершенно произвольного) систем отсчета в которых они наблюдаются», в геометрии Финслера и геометрии пространств с ареальной метрикой выполняется автоматически. Что касается аксиоматики специальной теории относительности (СТО) и ее постулатов, то первый из них, также выполняется автоматически, тогда как, 2-й ее постулат (постоянство скорости света) оказывается избыточным.

Отметим по этому поводу следующее. Гипотеза невозможности распространения сигналов со скоростью света, фактически не доказана теорией относительности А. Эйнштейна, а является существенной гипотезой, на которой основывается теория относительности, и гипотезой, которая не может быть положительно доказана.

Отсюда следует ответ на 2-й вопрос: общий принцип относительности, не может считаться фундаментальным принципом физической науки, поскольку оказывается следствием двух более фундаментальных физических принципов: вариационного принципа и принципа калибровочной инвариантности физических законов. Следовательно, спор двух крупнейших физиков XX-го века, окончен в наше время в пользу точки зрения В. Фока [3].

Известный российский физик Е.Л. Фейнберг, выступая на научной сессии Отделения общей физики и астрономии РАН (02 окт. 1996 г.) [26], посвященной 80-летию В. Л. Гинзбурга свое, весьма эмоциональное выступление начал с того, что справедливо отметил что: «Фактом является удивительное непонимание физической сущности специальной теории относительности при совершенном владении ее техникой у множества вполне и даже высококвалифицированных физиков, в том числе теоретиков очень высокого уровня, вплоть до академиков». В докладе шла речь об истолковании некоторых релятивистских эффектов. Это укорочение размеров и замедления хода часов при переходе от одной инерциальной системы к другой, движущейся по отношению к первой системе с некоторой скоростью v. В заключении доклада он призвал слушателей: «Отсюда, урок всем лекторам, популяризаторам и авторам курсов специальной теории относительности: не замалчиваете этот сложный динамический процесс».

Мы разделяем эту точку зрения, с одним небольшим уточнением. Динамический характер этих эффектов есть следствие принципа калибровочной инвариантности физических законов, а не преобразований Лоренца. Последние по своей сущности носят кинематический смысл. Более того, уникальность роли этих преобразований в физической науке явно преувеличена. Напомним, в этой связи,что до сих пор не доказана единственность этих преобразований для переходов из одной инерциальной системы отсчета в другую инерциальную систему отсчета (см., по этому поводу, например, [27, 28]).

Подводя итог сказанному, еще раз подчеркнем, что геометрия не есть пассивная арена, на которой разворачиваются физические явления и процессы. Она сама определяет их и определяется ими. Как сказал И. Кеплер, «ubi materia — ubi geometria» («где материя — там геометрия»). Иными словами, геометрия и физика составляют единое целое.

В заключении автор выражает признательность своим коллегам по кафедре «Проблемы квантовой физики» МФТИ И. Э. Булыженкову, А. А. Рухадзе, и Л. И. Уруцкоеву за полезные обсуждения. Отдельную благодарность автор выражает Д. Г. Павлову и участникам его Семинара за проявленный интерес.

Литература

[1] Гинзбург В. Л. Экспериментальная проверка общей теории относительности. В сборнике «Эйнштейн и современная физика». ГИТТЛ, М., 1956, 260 с.

[2] Фок В. И. Замечания к творческой биографии Альберта Эйнштейна. В сборнике «Эйнштейн и современная физика». ГИТТЛ, М., 1956, 260 с.

[3] Фок В. И. Теория пространства, времени и тяготения // *ГИФМЛ*, М., 1961, 563 с.

[4] Черников Н. А. Трудные вопросы теории относительности // *ФЭЧАЯ*, 1987, Том 18, вып. 5. с. 1000 – 1034.

[5] Владимиров Ю. С. Между физикой и метафизикой. Кн. 2: По пути Клиффорда – Эйнштейна. М., «ЛИБЕРКОМ», 2011, 248 с.

[6] Риман Б. О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии. В книге «Основания геометрии» Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию его идей. Под редакцией А. П. Нордена. М., Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1956, 527 с.

[7] Блохинцев Д. И. Геометрия и физика микромира // *УФН*, Том 110, вып. 4, 1973, с. 481.

[8] Блохинцев Д. И. Пространство и время в микромире. Изд. 2-е, испр., М., Наука, Главная ред. физико-математической литературы, 1982, 349 с.

[9] Finsler P. Uber Kurven and Flachen in allgemeinen Raumen. Dissertation. Gottingen. 1918.

[10] Вагнер В.В.Геометрия Финслера как теория поля локальных гиперповерхностей. Труды семинара по векторному и тензорному анализу. М., Вып. VII, 1949, с. 65 – 166.

[11] Жотиков В. Г., Полищук Р. Ф., Холопов В. Л. Ареальные пространства в физике и геометрии // *Гравитация и космология*, Том 3, № 2 (10), 1997.

[12] Жотиков В. Г. Принцип наименьшего действия в геометрической форме. Труды IX Международного семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны». Дубна, 1998, с. 49 – 60.

[13] Zhotikov V. G. Finsler geometry (according to Wagner) and equations of the motion in the relativistics dynamics. Prosidings of XI International Scientific Meeting “Physical Interpretations Of Relativity Theory”. Moscow 6 – 9 July 2009. Moscow, 2009, pp. 133 - 144.

[14] Жотиков В. Г. Введание в геометрию Финслера и ее обобщения (для физиков). Изд-во Московского физико-технического института. Долгопрудный, Моск. обл, 2014, 207 с.

[15] A. Einstein // *Ann. Phys.*, Vol. 49, 760, 1916.

[16] Вагнер В. В. Геометрия пространства с ареальной метрикой и ее приложение к вариационному исчислению // *Математический сборник*, Том 19 (61), вып. 3, 1946, с. 341 – 404.

[17] Жотиков Г. И. Введение в геометрию вариационного исчисления для кратных интегралов // *Ученые записки Башкирского гос. университета.* Вып. 31, серия матем. наук № 3, Уфа, 1968, с. 3 – 214.

[18] Кабанов Н. И. Дифференциально-геометрические методы в вариационном исчислении // *Итоги науки: Алгебра. Топология. Геометрия.* 1968, М., ВИНИТИ, 1970, с. 193 – 224.

[19] Weyl H. Gravitation end Electricity. Sitzungsber. Press. Akad. Berlin, 1918, 465.

[20] Вагнер В. В. Гомологические преобразования метрики Финслера // *ДАН СССР*, Том 46, № 7, 1945, с. 287 – 290.

[21] Вагнер В. В. Общая аффинная и центрально-проективная геометрия гиперповерхности в центрально-аффинном пространстве и ее приложения к геометрической теории преобразований Каратеодори в вариационном исчислении // *Труды семинара по векторному и тензорному анализу.* Вып IX, ГИТТЛ, 1952, с. 75 – 145.

[22] Caratheodory C. Uber die Variationsrechnung bei mehrfachen Integralen // *Acta Szeged Sect. Scient. Mathem.* 4, 1929, pp. 193 – 216.

[23] Caratheodory C. Variationsrechenung und Partielle Differentialgleichungen Erster Ordnung. Leipzig und Berlin: Verlag und Druck von B. G. Teubner, 1935, 407 p.

[24] Вольберг О. А. Основные идеи проективной геометрии. М., Учпедгиз, 1949, 188 с.

[25] Жотиков В. Г. Геометрия вариационного исчисления и ее приложения к теоретической физике. Изд-во научно-технической литературы. Томск, 2002, 416 с.

[26] Фейнберг Е. Л. Специальная теория относительности – природа добросовестных заблуждений // *УФН*, 1997, Том 167, № 4, с. 455 – 457.

[27] Bampy F., Zordan C. Do Experiments Imply Special Relativity? // *Annals of Physics*, Vol. 190, 1989, pp. 428 – 444.

[28] Baccetti V., Tate K., Visser M. Inertial Frames without the Relativity Principle: Breaking Lorentz Symmetry. MG13 — Proceedings 2013. Arxiv.org: [gr-qc] 1302.5989v1.

ABOUT THE MODERN POINT OF VIEW ON THE A.EINSTAIN'S PRINCIPLE OF GENERAL RELATIVITY

V.G. Zhotikov

Moscow Institute for Physics and Technology (State University), Moscow, Russian Federation

zhotikov@yandex.ru

Paradoxical situation has long been formed in the physical sciences. From the middle of the last century, in estimating the value of the general principle of relativity (GPR), the opinion of the physics community was divided into two oppositely point of view. We will not enumerate all the supporters and opponents of any of them, and for the sake of brevity, we combine them with the names of their representatives – the greatest physicists of the 20th century. Let's call the first one – the point of view of V. Gisnzburg (see, eg, [1]), and the second – the point of view of V. Fock (see, eg, [2, 3]). The first interprets the general theory of relativity (GTR) of A. Einstein as the most important achievement of physical thought of the 20th century. The second denies the role of GPR as a fundamental physical principle. Purpose of this work – give an idea of the current state of the question. The true meaning of the principle of relativity is revealed in the introduction of new geometries to the physical science, that are more general than the geometry of Riemann spaces, serving as the mathematical foundation of general relativity. These include the geometry of Finsler spaces and its generalizations — the geometry of spaces with an areal metric (see, eg. [11, 14]).

Key Words: polyadic operations, matrix, function, semigroup, group.