

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ «СТАТИКА» В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Д.Г. Павлов¹, С.С. Кокарев^{1,2}

¹ НИИ Гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия

² РНОЦ “Логос”, Ярославль, Россия

geom2004@mail.ru, logos-center@mail.ru

На основе концепции материального события, как элементарного материального источника, сосредоточенного на метрической сфере нулевого радиуса — световом конусе пространства-времени Минковского, мы выводим аналог закона Кулона для гиперболического пространственно-временного поля, универсально действующего между событиями пространства-времени. Коллективное поле, обеспечивающее взаимодействие мировых линий покоящейся пары частиц, содержит стандартную 3-мерную кулоновскую часть и логарифмическую добавку. Мы обнаруживаем, что наличие кулоновской части обусловлено тонким балансом между причинными и геометрическими характеристиками пространства-времени (согласованность двух регуляризаций). Уравнения движения (равновесия) произвольной конфигурации мировых линий оказываются интегро-дифференциальными. В статье показано, что их можно привести к виду 2-ого закона Ньютона, в котором масса и сила являются частями универсального гиперболического взаимодействия. Обсуждается принципиальная возможность построения и перспективы использования устройства, которое мы называем гиперболической линзой, аналогичного диэлектрической линзе в 3-мерной электростатике диэлектриков.

Ключевые слова: гиперболическое поле, материальное событие, кулоновский потенциал, логарифмический потенциал, 4-мерная статика, взаимодействие мировых линий, гиперболическая линза.

1 Введение

Специальная теория относительности (СТО), построенная в начале XX века, послужила основой для нового понимания сущности пространства-времени и физических процессов, протекающих в нем. Одним из главных ингредиентов СТО является ее геометрическая интерпретация: в основе всей релятивистской физики лежит концепция 4-мерного пространства-времени Минковского $\mathcal{M}_{1,3}$ с псевдоевклидовой метрикой

$$(\eta) = \text{diag}(1, -1, -1, -1).$$

Геометрический язык СТО позволяет наиболее ясно и последовательно сформулировать ее сущность и основные положения, вывести всевозможные следствия и эффекты, проанализировать эксперименты в области релятивистской физики и сделать последовательный переход к общей теории относительности (ОТО). 4-мерный язык псевдоевклидовой геометрии уже давно стал обычным рабочим инструментом физиков. В прикладных и фундаментальных задачах он часто используется как удобный математический прием для ковариантной записи уравнений и соотношений. При этом мир релятивистской физики обычно мыслится как расширение механики Ньютона на случаи скоростей, сравнимых со скоростью света (или энергий, сравнимых с энергией покоя). При этом определяющую роль здесь играет исходная евклидова интуиция, которая «предписывает» раздельное восприятие пространства и времени и их евклидовы метрические свойства. О тесной связи наших геометрических представлений с восприятием и ощущениями органов чувств писали А. Пуанкаре [1], Д.Бом [2] и ряд других авторов. Между тем, СТО представляет собой

не только (или даже не столько!) расширение и модификацию законов ньютоновской механики, сколько кардинально новый взгляд на физический мир — новую *релятивистскую парадигму*. Эта теория уже на уровне своих фундаментальных положений кардинально отличается от классической механики и вводит понятия, аналоги которых в нерелятивистской физике как правило, либо существенно отличаются, либо вообще отсутствуют. Нижеприведенная таблица поясняет суть отмеченного различия на конкретных примерах.

Объекты-Свойства	Евклид	Минковский
1. Пр-во событий	$E^1 \times E^3$ (евкл. время (1D) и пр-во (3D))	$\mathcal{M}_{1,3}$ — 4-мерное ПВ
2. Событие	Пара $(t, x) \in E^1 \times E^3$	радиус-вектор $X \in \mathcal{M}_{1,3}$
3. Метрика	η_1 для E^1 , η_3 для E^3	η для $\mathcal{M}_{1,3}$
4. База топологии	евклидовы сферы	гиперboloиды (нехаусдорф.)
5. Свет	не выделен	изотропные векторы и конус
6. Временной порядок	абсолютный	относительный
7. Инварианты	Длина, форма, длительность,...	4-мерная длина
8. Элем. физ. объект	частица (мат. точка)	частица (мировая линия) — ?
9. Составные объекты	система частиц (тела)	4-тела (мировые трубки)
10. Динамика	отображение $E^1 \rightarrow E^3$ (эволюция)	статика в $\mathcal{M}_{1,3}$
11. Масса	количество материи	форма энергии
12. Законы сохранения	энергия и импульс	4-импульс
13. Основной оператор	Δ — оператор Лапласа	\square — оператор Даламбера

В качестве теоретической основы настоящей статьи лежит правая часть таблицы. Обоснование законов Ньютона в рамках концепции 4-мерной статики сильно напряженных струн (9-10 строки таблицы) были сделаны ранее в работе [3]. Чтобы продвигаться далее, мы, следуя логике 4-мерной геометрии Минковского, отступаем от традиционного толкования элементарной частицы (строка 8 и знак вопроса там): элементарным физическим объектом мы считаем не частицу или, точнее, не мировую линию частицы, а истинный аналог материальной точки пространства $\mathcal{M}_{1,3}$ — метрическую сферу нулевого радиуса — ей соответствует в пространстве-времени световой конус — с сосредоточенными на ней материальными характеристиками. Из общих соображений таким элементарным объектам-источникам соответствует пространственно-временное поле — 4-мерный гиперболический аналог кулоновского поля. Протяженные структуры типа мировых линий или мировых трубок, вытянутых во времениподобном направлении, получают при выстраивании (конденсации) элементарных точек-событий в такие структуры, которое описывается в рамках некоторой обобщенной теории конденсированных сред в 4-мерном пространстве-времени¹. При этом их коллективное поле соответствует наблюдаемым физическим полям, с которыми имеет дело стандартная классическая теория поля.

На самом деле, впервые гипотеза подобного поля была сделана в рамках псевдофинслерова пространства Бервальда-Моора, которое индуцируется алгеброй поличисел, аналогично тому, как евклидова геометрия на плоскости индуцируется алгеброй комплексных чисел [4]- [8]. В цитированных работах сделан набросок теории гиперболического поля в рамках пространств Бервальда-Моора и показано, что такие модели содержат в себе физику в пространстве-времени Минковского или даже в искривленных пространствах-временах ОТО. Любопытно однако, что некоторые существенные свойства гиперболических полей естественным образом переносятся в пространство-время Минковского и их обсуждение оказывается более простым без тех специфических особенностей, которые привносит в теорию финслерова геометрия.

¹В такой теории будут присутствовать времениподобные силы и взаимодействия, не свойственные стандартной релятивистской физике.

2 Гиперболическое центрально-симметричное решение

В нашем рассмотрении мы будем отталкиваться от гиперболического аналога закона Кулона в пространстве Минковского. Этот аналог определяется как сферически-симметричное (в смысле псевдоевклидовой сферы) решение волнового уравнения в пустом пространстве-времени, окружающем центр гиперболической сферы:

$$\square U = 0. \quad (1)$$

Напомним еще раз, что центром метрической гиперболической сферы в псевдоевклидовом пространстве Минковского с метрической точки зрения является не точка² $X_0 = (t_0, x_0, y_0, z_0)$, а множество точек — световой конус с вершиной в X_0 , — удовлетворяющее уравнению:

$$\rho(X, X_0) = (t - t_0)^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = 0. \quad (2)$$

В дальнейшем мы везде полагаем $X_0 = 0$.

Напомним, что сферически-симметричное решение уравнения Лапласа в пустоте

$$\Delta \phi = 0 \quad (3)$$

оказывается единственным (с точностью до константы) и, как показывает непосредственная проверка, содержит в себе и всю информацию о точечном источнике. Действительно, кулоновский потенциал $\phi = q/r$ как решение (3) на самом деле удовлетворяет уравнению

$$\Delta \phi = -4\pi q \delta(x)\delta(y)\delta(z) = -\frac{q\delta(r)}{r^2}. \quad (4)$$

во всем пространстве. В последнем равенстве был учтен закон преобразования дельта-функции при переходе к криволинейным координатам.

Аналогично случаю кулоновского поля, мы не задаемся вопросом о структуре источника в уравнении (1): сингулярные характеристики источника будут автоматически содержаться в самом решении. Для его получения перейдем к гиперболически сферически-симметричной 4-мерной системе координат с центром в нуле:

$$\begin{cases} t = \varrho \cosh \chi; \\ x = \varrho \sinh \chi \sin \theta \cos \varphi; \\ y = \varrho \sinh \chi \sin \theta \sin \varphi; \\ z = \varrho \sinh \chi \cos \theta. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ϱ — 4-радиус, χ — гиперболический угол, θ и φ — пара стандартных сферических углов. Формулы (5) справедливы для областей $t^2 - x^2 - y^2 - z^2 > 0$. Метрика Минковского в этой системе координат получается с помощью обычных правил преобразования интервала и имеет вид:

$$ds^2 = d\varrho^2 - \varrho^2(d\chi^2 + \sinh^2 \chi(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)). \quad (6)$$

В дифференциальной геометрии волновой оператор определяется инвариантным образом по формуле:

$$\square \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} \left(\sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial \xi^\beta} \right), \quad (7)$$

²Здесь и далее, если не указано особо, мы работаем в системе единиц, в которой $c = 1$.

где g — детерминант метрического тензора, $g^{\alpha\beta}$ — компоненты контравариантной метрики, матрица которой обратна к $(g_{\alpha\beta})$. Из (6) следует, что $g = -\rho^6 \sinh^4 \chi \sin^2 \theta$, а обратная метрика имеет вид:

$$(g^{\alpha\beta}) = \text{diag} \left(1, -\frac{1}{\rho^2}, -\frac{1}{\rho^2 \sinh^2 \chi}, -\frac{1}{\rho^2 \sinh^2 \chi \sin^2 \theta} \right). \quad (8)$$

Подставляя эти выражения в общую формулу (7), приходим к выражению для волнового оператора в 4-мерной сферической системе координат:

$$\square = \frac{1}{\rho^3} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^3 \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{1}{\rho^2} \Delta_{\chi, \theta, \varphi}, \quad (9)$$

где введено обозначение для угловой части волнового оператора³:

$$\Delta_{\chi, \theta, \varphi} \equiv \frac{1}{\sinh^2 \chi} \left(\frac{\partial}{\partial \chi} \sinh^2 \chi \frac{\partial}{\partial \chi} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right). \quad (10)$$

Подставляя общий вид сферически-симметричного решения $U = U(\rho)$ в оператор (9), приходим к уравнению:

$$\square U = \frac{1}{\rho^3} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^3 \frac{\partial U(\rho)}{\partial \rho} \right) = 0. \quad (11)$$

Его общее решение имеет вид:

$$U(\rho) = \frac{\mathcal{Q}}{\rho^2} + C, \quad (12)$$

где \mathcal{Q} и C — константы интегрирования.

Будем рассматривать полученное решение как аналог фундаментального решения для гиперболического поля, источником которого являются *материальные события* — конус с распределенной характеристикой \mathcal{Q} , которую мы будем называть *гиперболическим зарядом*. Вариант физической интерпретации гиперболического заряда мы дадим чуть позже. Непосредственной проверкой можно убедиться, что полученное решение удовлетворяют 4-мерному аналогу уравнения⁴ (4):

$$\square U = -\frac{2\mathcal{Q}}{\rho^3} \delta(\rho). \quad (13)$$

Выше мы употребили термин «аналог фундаментального решения», поскольку в отличие от классического фундаментального решения математической физики, особенность (12) сосредоточена не в точке, а на световом конусе. Будем в дальнейшем называть решение (12) *гиперболическим фундаментальным решением* волнового уравнения, в отличие от хорошо известного фундаментального решения (причинной функции Грина) классической теории поля:

$$G = \theta(t) \frac{\delta(t-r)}{4\pi r}, \quad (14)$$

где $\theta(t)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

³При малых гиперболических углах $\sinh \chi \approx \chi$ и выражение для $\Delta_{\chi, \theta, \varphi}$ переходит в оператор Лапласа в 3-мерной сферической системе координат с $r = \chi$.

⁴Отметим, что правую часть в (13) технически проще сразу записать в сферически симметричной системе координат, поскольку в такой форме она не содержит бесконечного множителя Ω_H — аналога множителя 4π в (4) определяющего меру множества всех направлений в $\mathcal{M}_{1,3}$.

Для областей $t^2 - x^2 - y^2 - z^2 < 0$ формулы перехода к гиперболическим сферическим координатам должны иметь следующий вид:

$$\begin{cases} t = \varrho \sinh \chi; \\ x = \varrho \cosh \chi \sin \theta \cos \varphi; \\ y = \varrho \cosh \chi \sin \theta \sin \varphi; \\ z = \varrho \cosh \chi \cos \theta. \end{cases} \quad (15)$$

При этом метрика в этой области будет определяться выражением (6) с противоположным знаком, ее определитель не изменится и, следовательно (как это непосредственно видно из формулы (7)) волновой оператор в этой области будет определяться выражением (9), взятым с противоположным знаком. Нетрудно убедиться⁵, что решение (12) удовлетворяет уравнению (13) в обобщенном смысле во всех причинных областях.

3 Статическое взаимодействие частиц

Чтобы выявить внутреннюю связь между классической теорией поля и гиперболическим полем, рассмотрим очень простую ситуацию — пару покоящихся в некоторой инерциальной системе отсчета классических частиц-источников. В 4-мерной системе координат, согласованной с этой системой отсчета, рассматриваемая пара частиц будет представляться в $\mathcal{M}_{1,3}$ парой мировых линий, параллельных оси времени и разделенных пространственным расстоянием r . Эти линии «сотканы» из материальных событий. В силу линейности волнового уравнения имеет место принцип суперпозиции для гиперболического поля. Это означает, что результирующее поле ϕ мировой линии частицы 1 в некоторой точке, расположенной на линии частицы 2, можно вычислить с помощью интеграла:

$$\phi(t_2, r) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\lambda_1 dt_1}{(t_2 - t_1)^2 - r^2}, \quad (16)$$

где $\lambda_1 dt_1 = dQ_1$, λ_1 — линейная плотность гиперболического заряда 1, T — продолжительность истории частицы (параметр регуляризации). Умножая $\phi_1(t_1, r)$ на элемент $\lambda_2 dt_2$ гиперболического заряда мировой линии второй частицы и интегрируя по этой линии, получим:

$$\phi_{12}(r) = \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(t_2 - t_1)^2 - r^2} dt_1 dt_2 \quad (17)$$

— полную энергию гиперболического взаимодействия классических частиц (множитель $1/2$ появился из-за того, что двойное интегрирование двукратно учитывает пары элементов на мировых линиях).

Поскольку вычисление интеграла связано с двумя регуляризациями, имеющими определенный физический смысл, ниже мы приводим подробные вычисления. Выполняя замену переменных $\xi_1 = t_1/r$, $\xi_2 = t_2/r$, приходим к факторизации размерных и безразмерных выражений в (17):

$$\phi_{12}(r) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2} I(a), \quad (18)$$

⁵По существу, в процессе выкладок требуется два соотношения из теории обобщенных функций: $d\theta(\pm x)/dx = \pm\delta(x)$.

где безразмерный интеграл $I(a)$, зависящий только от безразмерного параметра $a = T/2r$ выражается формулой:

$$I(a) = \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{d\xi_1 d\xi_2}{(\xi_2 - \xi_1)^2 - 1}. \quad (19)$$

Для эффективного вычисления этого интеграла заметим, что геометрически он является интегралом точной 2-формы по квадратной области Q_{2a} ($2a$ — сторона квадрата) на плоскости переменных (ξ_1, ξ_2) (см. рис.):

$$I(a) = \int_{Q_{2a}} \frac{d\xi_1 \wedge d\xi_2}{(\xi_2 - \xi_1)^2 - 1}. \quad (20)$$

Перейдем к новым координатам:

$$u = \xi_1 - \xi_2; \quad v = \xi_1 + \xi_2. \quad (21)$$

Элемент площади $d\xi_1 \wedge d\xi_2 = (du \wedge dv)/2$, а область интегрирования на плоскости переменных (u, v) будет представлять собой квадрат \bar{Q}_{2a} с вершинами, лежащими на осях в точках с координатами $\pm 2a$. В новых переменных интеграл (20) примет вид:

$$I(a) = \frac{1}{2} \int_{\bar{Q}_{2a}} \frac{du \wedge dv}{u^2 - 1}. \quad (22)$$

Поскольку подынтегральное выражение имеет сингулярность на прямых $u = \pm 1$, необходима регуляризация. Суть применяемой ниже регуляризации заключается в одновременном выбрасывании вкладов в интеграл ϵ -окрестностей отрезков сингулярных прямых (ϵ -полос $B_{\epsilon 1}$ и $B_{\epsilon 2}$) с последующим предельным переходом $\epsilon \rightarrow 0$. Границы ϵ -полос и прямая $u = 0$ (на ней 2-форма регулярна) задают следующее разбиение области интегрирования:

$$\bar{Q}_{2a} = \Delta_{\epsilon 1} \cup B_{\epsilon 1} \cup T_{\epsilon 1} \cup T_{\epsilon 2} \cup B_{\epsilon 2} \cup \Delta_{\epsilon 2}, \quad (23)$$

где треугольные области $\Delta_{\epsilon 1}, \Delta_{\epsilon 2}$ задаются неравенствами:

$$\Delta_{\epsilon 1} : -2a - u \leq v \leq 2a + u, \quad -2a \leq u \leq -1 - \epsilon; \quad (24)$$

$$\Delta_{\epsilon 2} : -2a + u \leq v \leq 2a - u, \quad 1 + \epsilon \leq u \leq 2a,$$

а трапецидальные $T_{\epsilon 1}, T_{\epsilon 2}$ — неравенствами:

$$T_{\epsilon 1} : -2a - u \leq v \leq 2a + u, \quad -1 + \epsilon \leq u \leq 0; \quad (25)$$

$$T_{\epsilon 2} : -2a + u \leq v \leq 2a - u, \quad 0 \leq u \leq 1 - \epsilon.$$

Интеграл (22) в регуляризованной форме теперь принимает вид:

$$I(a, \epsilon) = \frac{1}{2} \int_{\bar{Q}_{2a} \setminus (B_{\epsilon 1} \cup B_{\epsilon 2})} \frac{du \wedge dv}{u^2 - 1}. \quad (26)$$

В каждой из областей регулярности интеграл сводится к повторному и вычисляется элементарно:

$$I_1 = \int_{\Delta_{\epsilon 1}} = (2a - 1) \ln(2a - 1) - (2a + 1) \ln(2a + 1) + (2a + 1) \ln(2 + \epsilon) - (2a - 1) \ln \epsilon; \quad (27)$$

$$I_2 = \int_{T_{\epsilon 1}} = (2a - 1) \ln \epsilon - (2a + 1) \ln(2 - \epsilon); \quad (28)$$

$$I_3 = \int_{T_{\epsilon 2}} = I_2; \quad I_4 = \int_{\Delta_{\epsilon 2}} = I_1. \quad (29)$$

Собирая все вместе, находим:

$$I(a, \epsilon) = (2a - 1) \ln(2a - 1) - (2a + 1) \ln(2a + 1) + (2a + 1)(\ln(2 + \epsilon) - \ln(2 - \epsilon)). \quad (30)$$

Переходя в (30) к физическим обозначениям $2a = T/r$, получаем:

$$I(a, \epsilon) = \left(\frac{T}{r} - 1\right) \ln\left(\frac{T}{r} - 1\right) - \left(\frac{T}{r} + 1\right) \ln\left(\frac{T}{r} + 1\right) + \left(\frac{T}{r} + 1\right) (\ln(2 + \epsilon) - \ln(2 - \epsilon)). \quad (31)$$

Если теперь в этом выражении перейти к точным пределам $T \rightarrow \infty$, $\epsilon \rightarrow 0$, мы получим расходимость, независимо от порядка выполнения предельных переходов. Рассмотрим мир, в котором параметры T и ϵ отличны от своих идеальных предельных значений. Эти параметры имеют различный физический смысл: значение T отвечает за «длительность истории» частиц-источников, значение ϵ — за причинность. При $\epsilon = 0$ взаимодействие посредством гиперболического поля распространяется строго со скоростью света вдоль конусов. Малые отклонения ϵ от нуля соответствуют картине, в которой конуса слегка «размазаны». При этом параметр ϵ в этой картине приобретает смысл дополнительной «фундаментальной постоянной», которую формально можно представить в виде

$$\epsilon = \delta c / c, \quad (32)$$

где δc — абсолютная вариация скорости света c («фундаментальная постоянная»). Для описания такого мира с несколько более общими свойствами, чем пространство-время Минковского в СТО, естественно рассмотреть не предел выражения (31) при $T \rightarrow \infty$, $\epsilon \rightarrow 0$, а его асимптотический вид при этих условиях. Удерживая несколько первых членов соответствующих разложений, мы получим (отбрасывая несущественные вещественные константы):

$$I(a, \epsilon) \stackrel{\text{as}}{=} \frac{\epsilon T}{r} + 2 \ln r + O(\epsilon^3) + O((T/r)^{-5}). \quad (33)$$

В выражении (33) выделяется кулоновская часть — она сохраняется благодаря конечному значению комбинации ϵT , отвечающей за своеобразный баланс между длительностью истории и причинностью, и логарифмическая часть.

С учетом (18) окончательное выражение для энергии взаимодействия пары покоящихся частиц-источников в асимптотическом приближении можно записать следующим образом:

$$\phi_{12}(r) \stackrel{\text{as}}{=} \frac{\alpha_1 \alpha_2}{r} + \lambda_1 \lambda_2 \ln r, \quad (34)$$

где $\alpha_i = \lambda_i \sqrt{\epsilon T / 2}$ — кулоновские заряды, λ_i — логарифмические заряды, которые совпадают с линейной плотностью исходного гиперболического заряда.

График функции (34) представлен на рис. 1.

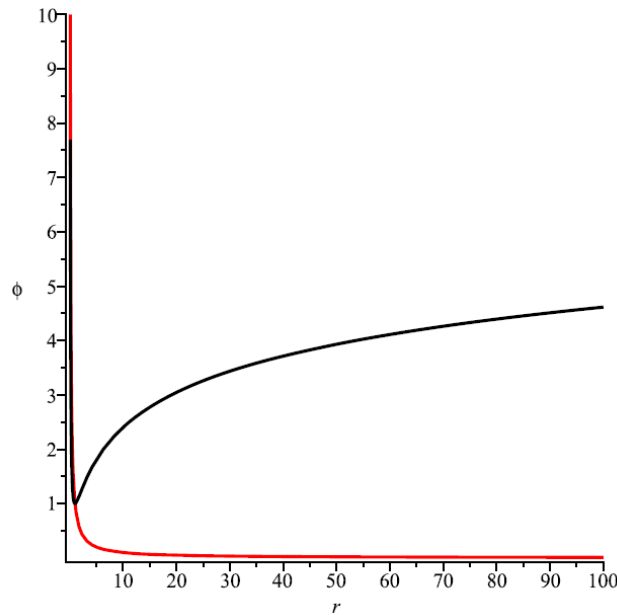


Рис. 1. Энергия гиперболического взаимодействия частиц. Черная кривая — потенциал (34) при $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, красная кривая — кулоновская часть.

В потенциале (34) на малых расстояниях доминирует кулоновская часть, а на больших — логарифмическая. При этом «малые расстояния» в рассматриваемой асимптотической теории определяются естественным условием $r \ll \epsilon T$. Для грубого согласования с наблюдениями, следует положить $\epsilon \lesssim 10^{-10}$ (современная точность измерения скорости света), $T \gtrsim 10^{24}$ м (масштаб времени существования Вселенной по современным представлениям), тогда кулоновская область определяется неравенством: $r \ll 10^{14}$ м, что с запасом покрывает размеры Солнечной системы. С другой стороны, на космологических масштабах в энергии взаимодействия заведомо доминирует логарифмическая часть. Нетрудно показать, что логарифмический потенциал обеспечивает плоский характер кривых вращения частиц, вращающихся вокруг общего массивного центра, без привлечения концепции темной материи. Действительно, полагая во втором законе Ньютона для вращательного движения силу притяжения $\sim 1/r$, получаем:

$$\frac{v^2}{R} \sim \frac{A}{R} \Rightarrow v \sim \text{const.} \quad (35)$$

Отметим, что наш подход в принципиальном отношении позволяет обойтись без концепции темной материи, как это делается и в теориях типа MOND (Modified Newton Dynamics) [9]. Как это видно из предыдущего изложения, в отличие от теорий MOND, мы модифицируем не вид второго закона Ньютона, а фундаментальный закон взаимодействия. В разделе 5 мы сделаем еще один шаг в сторону теорий MOND: мы обнаружим вторичный характер второго закона Ньютона, который оказывается целиком опосредованным все тем же законом Кулона (12) для материальных событий.

4 Гиперболический заряд

Прежде, чем перейти к физической интерпретации гиперболического заряда (точнее, его линейной плотности λ), отметим, что, в то время как, параметр T определенно положителен, параметр ϵ в равной мере может быть как положительным (каким мы его и рассматривали до сих пор), так и отрицательным. В последнем случае при регуляризации интеграла (22) мы будем иметь слагаемое содержащее $\ln(-\epsilon)$ и противоположное ему с $-\ln(-\epsilon)$, кото-

рые формально сокращаются⁶ как и в случае $\epsilon > 0$. Таким образом, формулу (34) можно переписать в следующем более общем виде:

$$\phi_{12}(r) = \pm \frac{\alpha_1 \alpha_2}{r} + \lambda_1 \lambda_2 \ln r, \quad (36)$$

где $\alpha_i = \lambda_i \sqrt{l_0/2}$, $l_0 = |\epsilon|T$ — параметр фундаментальной длины теории, который остается в качестве единственного остаточного следа регуляризации и предельных переходов.

Теперь формулу (36) можно использовать для надлежащей физической интерпретации гиперболического заряда. Экспериментально хорошо изученная кулоновская часть характеризует в равной мере как гравитацию (в ее ньютоновской формулировке), так и электростатику. При этом, в случае гравитации кулоновская энергия взаимодействия имеет вид:

$$\phi_{12}^g(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}, \quad (37)$$

где m_1, m_2 — массы точечных частиц, в случае электростатического взаимодействия зарядов —

$$\phi_{12}^e(r) = \frac{q_1 q_2}{r}, \quad (38)$$

где q_1, q_2 — их электрические заряды, и, наконец, для общего случая мы имеем сумму:

$$\phi^{eg}(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r} + \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{-G m_1 m_2 + q_1 q_2}{r}. \quad (39)$$

Уже сам факт универсальности закона Кулона для электромагнитных и гравитационных явлений приводит к идее об их общей природе: эта идея была путеводной нитью в поисках единой теории гравитации и электромагнетизма, которые привели к построению теорий Калуцы-Клейна, теории Вейля и разработке калибровочного подхода. На наш взгляд, теория гиперболического поля предоставляет еще одну интересную возможность, которую мы сейчас опишем. Предположим, что гиперболический заряд может проявлять себя в двух ипостасях: и в гравитационной (как масса), и в электромагнитной (как электрический заряд). Тогда сравнивая кулоновские части в (39) и (36) в общей ситуации присутствия обоих типов зарядов, мы приходим к необходимому равенству:

$$\pm \alpha_1 \alpha_2 = \pm \frac{\lambda_1 \lambda_2 l_0}{2} = -G m_1 m_2 + q_1 q_2, \quad (40)$$

которое, очевидно, не может быть удовлетворено для всех значений масс и зарядов парой вещественных чисел α_1 и α_2 . Тем не менее, это равенство легко получается, если допустить что гиперболический заряд описывается не вещественным, а двойным числом. Напомним, что двойные числа — это элементы 2-мерной ассоциативно-коммутативной алгебры над полем вещественных чисел, элементы которой имеют вид $h = a + jb$, где a и b — вещественные числа, а j — гиперболическая мнимая единица, удовлетворяющая условию: $j^2 = +1$. Действительно, полагая

$$\lambda = \frac{\sqrt{Gm} + jq}{\sqrt{l_0/2}} \quad (41)$$

и вводя скалярное произведение пары двойных чисел $h_i = a_i + jb_i$ ($i = 1, 2$) по формуле:

$$h_1 * h_2 \equiv \text{Re}(h_1 \bar{h}_2) = a_1 a_2 - b_1 b_2, \quad (42)$$

⁶Они сокращаются и фактически, если наложить естественное требование: рассматривается одна и та же ветвь бесконечнолистной функции $\ln z$.

(черта означает комплексное сопряжение — как и в комплексном случае, это изменение знака мнимой части) получаем:

$$\lambda_1 * \lambda_2 = \frac{2(Gm_1m_2 - q_1q_2)}{l_0}. \quad (43)$$

Выбирая теперь в (36) знак «минус» и учитывая связь α_i и λ_i , получаем закон взаимодействия гиперболических зарядов в следующей универсальной форме:

$$\phi_{12}(r) = \frac{(\lambda_1 * \lambda_2)}{2} \left(-\frac{l_0}{r} + \ln r \right) = \frac{-Gm_1m_2 + q_1q_2}{r} + \frac{2(Gm_1m_2 - q_1q_2)}{l_0} \ln r \quad (44)$$

— выражение для потенциала с правильной кулоновской частью. Таким образом, в рассматриваемой картине, гиперболический заряд (и его плотность) является двойным числом: его вещественная часть пропорциональна массе частиц, а мнимая — равна (или в другой системе единиц пропорциональна) их электрическому заряду. При этом координатная часть взаимодействия в (44) является вещественной и универсальной для всех пар частиц, а их индивидуальные характеристики содержатся в скалярном произведении зарядов (множитель перед координатной частью в (44)).

Отметим, что переход к двойным числам в зарядовых множителях никак не затрагивает предыдущий вывод гиперболического закона Кулона и его следствий: зарядовое пространство факторизуется и не взаимодействует с координатным. Отметим также, что комплексное сопряжение заряда, обращая знак мнимой части, в нашем подходе переводит частицы в античастицы (точнее, их классические аналоги) и наоборот.

5 Гиперболическое взаимодействие мировых нитей

Закон взаимодействия движущихся частиц будет отличаться от статического закона (34) вкладами относительных скоростей движения, которые для нерелятивистских движений будут представлять собой малые поправки. Рассмотрим этот вопрос подробнее. Будем стартовать с действия вида:

$$\mathcal{S}[X_1[\tau_1], X_2(\tau_2)] = A \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{S_{12}^2} dS_1 dS_2, \quad (45)$$

которое представляет собой энергию гиперболического взаимодействия пары мировых линий Γ_1 и Γ_2 , несущих равномерно распределенный гиперболический заряд с линейными плотностями λ_1 и λ_2 соответственно. Здесь τ_1 и τ_2 — параметризации мировых линий Γ_1 и Γ_2 соответственно,

$$S_{12} = (t(\tau_1) - t(\tau_2))^2 - (\vec{r}(\tau_1) - \vec{r}(\tau_2))^2$$

— 4-мерный интервал между точками мировых линий Γ_1 и Γ_2 , характеризующимися параметрами τ_1 и τ_2 соответственно, A — размерная константа. Учитывая, что $dS_i = \sqrt{\dot{X}_i^2} d\tau_i$, где точка означает дифференцирование по соответствующему параметру τ , для вариации $\delta_{X_1} \mathcal{S}$ получаем выражение:

$$\delta_{X_1} \mathcal{S} = \lambda_1 \lambda_2 \int_{\Gamma_2} \left(\frac{\dot{X}_{1\mu} \delta X_1^\mu}{\sqrt{\dot{X}_1^2} S_{12}^2} \right) \Bigg|_{\tau_1=A_1}^{\tau_1=B_1} \sqrt{\dot{X}_2^2} d\tau_2 - \lambda_1 \lambda_2 \int_{\Gamma_1} d\tau_1 \delta X_1^\mu \left(\int_{\Gamma_2} d\tau_2 \sqrt{\dot{X}_2^2} \left[\frac{d}{d\tau_1} \left(\frac{\dot{X}_{1\mu}}{\sqrt{\dot{X}_1^2} S_{12}^2} \right) + \frac{2(X_{1\mu} - X_{2\mu}) \sqrt{\dot{X}_1^2}}{S_{12}^4} \right] \right), \quad (46)$$

где A_1 и B_1 — параметры концов отрезков мировых линий, участвующих в варьировании. Первое слагаемое в (46) представляет собой вариационную форму граничных условий. Переходя к натуральной параметризации $\tau_1 = S_i$, эти условия можно переписать в следующей более компактной форме:

$$\delta X_{1A\parallel} \left\langle \frac{1}{S_{12}^2(X_{1A}, X_2)} \right\rangle_2 = \delta X_{1B\parallel} \left\langle \frac{1}{S_{12}^2(X_{1B}, X_2)} \right\rangle_2, \quad (47)$$

где X_{1A}, X_{1B} — положения концов мировой линии 1, $\delta X_{1A\parallel} = \delta X_{1A} \cdot U_{1A}$, $\delta X_{1B\parallel} = \delta X_{1B} \cdot U_{1B}$, треугольные скобки с цифрой два внизу обозначают процедуру усреднения по длине мировой линии 2. Граничные условия (47) включают в себя традиционную постановку вариационных задач классической механики с $\delta X_{A,B} = 0$ (закрепленные концы), несколько более общую с $\delta X_{A\parallel, B\parallel} = 0$, (скользящие свободные концы натянутой нити на пространственно-подобной гиперповерхности) и случаи согласованных вариаций и сбалансированных мировых линий. В случае согласованных вариаций смещения на концах связаны линейным соотношением (47), а в наиболее любопытном с точки зрения физики случае сбалансированных мировых линий выполняются условия:

$$\left\langle \frac{1}{S_{12}^2(X_{1A}, X_2)} \right\rangle_2 = \left\langle \frac{1}{S_{12}^2(X_{1B}, X_2)} \right\rangle_2 = 0, \quad (48)$$

которые связаны с переменной знака 4-мерного интервала при смене смене причинной области в процессе интегрирования. Отметим, что для мировой линии Γ_2 имеют место аналогичные формулы с очевидной заменой индексов $1 \leftrightarrow 2$.

Перейдем ко второй половине формулы (46), которая дает «уравнения движения», имеющие смысл уравнений статики заряженных нитей в гиперболическом поле. Снова переходя к натуральной параметризации: $\tau_i = S_i$, $\sqrt{\dot{X}_i^2} = 1$ получаем из (46) уравнения экстремалей:

$$\int_{\Gamma_2} dS_2 \left[\frac{d}{dS_1} \left(\frac{\dot{X}_1}{S_{12}^2} \right) + \frac{2(X_{1\mu} - X_{2\mu})}{S_{12}^4} \right] = 0 \quad (49)$$

и симметричное уравнение для переменных вложения мировой линии Γ_2 с очевидными заменами. Следует отметить интегро-дифференциальный характер уравнения (50): в уравнения для линии Γ_2 входят производные 1-ого и 2-ого порядка от функций X_1 и интегрирование по мировой линии Γ_2 . Чтобы выявить любопытный физический смысл этого аспекта, сделаем в (49) подстановку:

$$\frac{d}{dS_1} \left(\frac{\dot{X}_1}{S_{12}^2} \right) = \frac{\ddot{X}_{1\mu}}{S_{12}^2} - \frac{\dot{X}_{1\mu}}{S_{12}^4} \cdot 2X_1^\nu (X_{1\nu} - X_{2\nu}), \quad (50)$$

которая вытекает непосредственно из определений входящих сюда величин. В результате получим уравнение (49) в форме:

$$\mathcal{M}_{12} \mathcal{A}_1 = \mathcal{F}_{12} \quad (51)$$

— второго закона Ньютона. Здесь

$$\mathcal{A}_1 = c^2 \ddot{X}_1 \quad (52)$$

релятивистское ускорение 1-ой частицы,

$$\mathcal{M}_{12} = \frac{A\lambda_1\lambda_2}{c} \int_{\Gamma_2} \frac{dS_2}{S_{12}^2} \quad (53)$$

— масса частицы 1, и

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{A\lambda_1\lambda_2}{c} \mathcal{P}^\nu{}_\mu \int_{\Gamma_2} \frac{(X_{1\nu} - X_{2\nu})dS_2}{S_{12}^4} \quad (54)$$

сила, действующая на частицу 1 со стороны мировой линии Γ_2 . В последнем выражении величина

$$\mathcal{P}^\nu{}_\mu \equiv (\delta^\nu{}_\mu - \dot{X}_1^\nu \dot{X}_{1\mu}) \quad (55)$$

— проектор на направление, ортогональное направлению 4-скорости $U_1 = \dot{X}_1$ частицы 1. Сделаем несколько замечаний по поводу уравнения (53).

1. Исходное действие (45) было чистым действием гиперболического взаимодействия. Уравнения (51) имеют вид уравнений движения частицы, выведенными из традиционного принципа наименьшего действия, содержащего специфические кинетический и потенциальный члены.
2. Теория, основанная на действии (45), проливает новый свет на физическую природу массы. В соответствии с формулой (53) масса является интегральным результатом части гиперболического взаимодействия, зависящим от всей истории движения окружающих частиц. В соответствии с выражением (53) следует ожидать, что в динамике пары частиц их массы могут заметно флуктуировать. Стационарные массы получаются, когда мы рассматриваем ансамбль большого числа частиц, в котором массовая часть гиперболического взаимодействия усредняется и флуктуации сглаживаются. Такое усреднение подразумевает решение полной самосогласованной задачи о статике ансамбля гиперболически взаимодействующих мировых нитей, что представляет собой технически сложную задачу.
3. Появление пространственного проектора \mathcal{P} в выражении (54) для силы вполне ожидаемо: наша попытка переписать уравнения равновесия (49) в привычной для механики форме (51) приводит к появлению в левой части вектора ускорения \mathcal{A} , который пространственно-подобен в силу сохранения нормы 4-скорости вдоль мировой линии: $U \cdot U = 1$.
4. Интересно, что граничные условия (47) с помощью (53) можно записать на языке масс или импульсов на концах мировых линий:

$$\delta X_A \cdot P(A) = \delta X_B \cdot P(B), \quad (56)$$

где $P(A) = \mathcal{M}(A)U(A)$ — 4-импульс.

5. В динамике, выведенной на основе действия (45), вообще говоря не выполняется соотношение $\mathcal{F}_{12} = -\mathcal{F}_{21}$ (третий закон Ньютона), хотя оно может выполняться при специальных предположениях относительно распределения и динамики частиц в пространстве-времени.

6 Гиперболическая линза

Даже не углубляясь в детали вопроса о физической природе гиперболического поля, мы можем принять некоторые общие представления о его взаимодействии с источниками, достаточные для разработки концепции несколько необычных технических устройств. Принимая естественное допущение о том, что протяженные тела состоят из материальных событий, формирующих мировые линии атомов и молекул этих тел, мы можем характеризовать коллективные свойства таких систем величиной, аналогичной коэффициенту диэлектрической проницаемости диэлектриков в стандартной электростатике. Слегка

обобщая ситуацию с электростатикой, мы можем из общих соображений принять, что линии гиперболического поля, падающие на границу раздела 4-мерных сред, испытывают преломление на ней, причем нормальные и тангенциальные к этой границе компоненты напряженности гиперболического поля преобразуются на границе по различным линейным законам:

$$\mathcal{E}_{1\parallel} E_{1\parallel} = \mathcal{E}_{2\parallel} E_{2\parallel}; \quad \mathcal{E}_{1\perp} E_{1\perp} = \mathcal{E}_{2\perp} E_{2\perp}. \quad (57)$$

Здесь $E_{i\parallel}$ и $E_{i\perp}$ — тангенциальная и нормальная к границе раздела составляющие напряженности гиперболического поля, $\mathcal{E}_{i\parallel}$ и $\mathcal{E}_{i\perp}$ — соответствующие феноменологические параметры, которые мы будем называть *тангенциальной* и *нормальной гиперболическими проницаемостями сред*. Законы (57) можно переписать в тензорной форме:

$$D_1 = D_2, \quad D_i = \hat{\mathcal{E}} E_i, \quad (58)$$

где мы ввели тензор гиперболической проницаемости по формуле:

$$\hat{\mathcal{E}} = \epsilon(\mathcal{E}_{\perp} - \mathcal{E}_{\parallel})N \otimes \tilde{N} + \mathcal{E}_{\parallel} \hat{I}, \quad (59)$$

где N и \tilde{N} — единичные вектор и ковектор нормали к поверхности раздела соответственно, при этом $N \cdot N = \epsilon = \pm 1$ («плюс» для времени-, «минус» — для пространственно-подобных направлений), \hat{I} — тождественный оператор.

Закон (57) или (58) является гиперболическим аналогом граничных условий для вектора электрической индукции в электростатике для электрически нейтральной границы раздела сред. Его можно сформулировать в виде закона преломления силовых линий в более компактном виде:

$$\frac{\tanh \Psi_1}{\tanh \Psi_2} = n_{21}, \quad (60)$$

где Ψ_i — гиперболический угол между линией напряженности в i -ой среде и направлением нормали к границе раздела ($\tanh \Psi = E_{\parallel}/E_{\perp}$), n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой, равный

$$n_{21} \equiv n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\mathcal{E}_{2\parallel}/\mathcal{E}_{2\perp}}{\mathcal{E}_{1\parallel}/\mathcal{E}_{1\perp}}. \quad (61)$$

На основе формулы (61) можно рассчитать гиперболическое преломляющее устройство, которое способно преобразовывать силовые линии гиперболического поля — и, в частности, при некоторых условиях фокусировать их. Такое устройство мы будем называть *гиперболической линзой*.

Рассмотрим пару гиперболических сферических поверхностей, центры которых расположены на одной оси (будем считать ее линией времени в пространстве Минковского). Их уравнения имеют вид:

$$(t - T_i)^2 - x^2 = R_i^2, \quad i = 1, 2. \quad (62)$$

Единичный вектор нормали N имеет компоненты:

$$N = \sigma_i(t - T_i/R_i, x/R_i), \quad (63)$$

где σ_i — номер ветви гиперболической окружности ($\sigma_i = +1$ для верхней ветви, $\sigma_i = -1$ для нижней). Рассматривая узкий пучок параллельных линий в окрестности оси $x = 0$, на основе (61) можно доказать фокусирующее свойство рассматриваемой системы и получить следующую формулу для фокусного расстояния:

$$\frac{1}{F} = \frac{2(R_1 n + \sigma_1 H(n-1) - n\sqrt{\Delta})}{\sigma_1 H^2(n-1) + nHR_1 - 2\sigma_2 R_2(nR_1 + \sigma_1(n-1)H) - nH\sqrt{\Delta}}, \quad (64)$$

где $H = T_2 - T_1 + \sigma_2 R_2 - \sigma_1 R_1$ — толщина линзы,

$$\Delta = (n(\sigma_2 R_2 - \sigma_1 R_1) - \sigma_2 R_2)^2 + (n - 1)H((n - 1)H - 2((n - 1)\sigma_2 R_2 - n\sigma_1 R_1)).$$

Для случая $H \rightarrow 0$ формула (64) приводит к формуле тонкой гиперболической линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{n\sigma_2 - 1}{R_1} - \frac{n\sigma_1 - \sigma_2}{R_2}. \quad (65)$$

В связи с вышеприведенными рассмотрениями, а так же исходя из ряда других соображений, о которых мы пока не имеем возможности говорить подробно, представляется принципиально возможным эксперимент, идея которого концептуально аналогична принципу действия оптической линзы. Основное отличие гиперболической линзы от оптической заключается в том, что вместо электромагнитного в роли фокусируемого поля выступит гиперболическое поле, а вместо оптической линзы должна выступить четырехмерная область пространства-времени, имеющая заранее просчитанные границы и физические свойства, отличные от свойств окружающей среды. Другими словами, идея заключается в том, чтобы, пользуясь предполагаемыми свойствами гиперболического поля, описанными выше, заставить его «силовые линии», испущенные некоторым далеким, но сильным источником сфокусироваться в пространстве-времени за «линзой». Поскольку наиболее ярким событием прошлого нашей Вселенной, по-видимому, является то, что принято называть Большим взрывом, то именно его гиперболическое поле и должно, скорее всего, давать доминирующий вклад в общее результирующее поле, складывающееся из вкладов всех источников. Потенциальным наблюдаемым эффектом такого эксперимента может быть яркая вспышка, являющаяся в этом случае изображением Большого взрыва, причем произойти она должна во вполне определенной точке пространства-времени — в фокусе гиперболической линзы, который рассчитывается по формулам (64)-(65), если известны значения параметров линзы. Можно так же предположить, что в области сфокусированного изображения мощного источника гиперболического поля, помимо вспышки света высока вероятность появления множества других сопутствующих явлений, в частности, высокие температура и давление, и возможно подходящие условия для ядерных реакций. Последнее предположение связано с тем, что в фокусе гиперболической линзы значительно увеличивается напряженность гиперболического поля, которая в работе [6] интерпретируется как скорость хода часов, измеренная в единицах геометрической длины интервала их мировой линии.

Для многократного увеличения напряженности поля, согласно гиперболическому закону Снелиуса (60), необходимо так структурировать область пространства-времени, занимаемую линзой, что бы ее передняя и задняя трехмерные границы имели форму сфер-гиперболоидов с радиусами $\sigma_1 R_1$ и $\sigma_2 R_2$ соответственно, а коэффициент гиперболической плотности n_2 отличался от величины n_1 окружающей среды. Сейчас, еще до реально осуществленных экспериментов, будущая потенциальная картина наблюдений в окрестности пространственно-временной области в виде профилированной двумя гиперболоидами линзы, созданной в лабораторных условиях, представляется следующей. Некоторое время спустя и немного в стороне от события, формирующего линзу, сперва возникнет светлый шар, постепенно уменьшающийся в диаметре и становящийся при этом все более ярким. В момент схлопывания шара практически в точку он станет максимально ярким, превратившись в ослепительную вспышку, что будет соответствовать достижению фазы фокуса гиперболической линзы. Именно в этот момент в окрестности точки фокуса будут достигнуты условия, являющиеся сильно уменьшенной копией самого Большого взрыва, что вполне вероятно, может сопровождаться не только огромными давлениями и температурой, но, возможно, даже трансмутациями оказавшихся в этой зоне атомов вещества. Сразу

после этой наиболее яркой фазы начнется фаза расширения сферы, внутри которой вероятно наблюдение чередующихся во времени образов отдельных ярких событий прошлого нашей Вселенной, последовавшие уже после Большого взрыва. Вполне вероятно, что «разглядеть» в обычном смысле понятия «видеть» всю описанную выше последовательность копий событий Большого взрыва вряд ли удастся, ведь наше зрение, а так же оптические приборы, ограничены конкретным значением скорости света, передающей информацию о происходящем, однако при известной изобретательности многое из вышеперечисленного можно попробовать зафиксировать, в том числе для последующего визуального восприятия образов.

Успешное проведение эксперимента с гиперболической линзой должно открыть дорогу для принципиально нового этапа в астрофизике, когда от изучения относительно узкой области нашей Вселенной, связанной с пересечением мировых линий космических тел с трехмерным световым конусом, она перейдет к изучению собственно самого четырехмерного пространства-времени, то есть, не только изотропной части конуса прошлого, но и его внутренней структуры, о которой до этого мы могли только догадываться, экстраполируя в прошлое замеченные тенденции. Перспективы такого расширения возможностей науки представляются очень заманчивыми.

Конечно, для практического конструирования гиперболической линзы имеются определенные трудности, в первую очередь, связанные с необходимостью ограничить пространственно-временную область, имеющую отличный от фонового коэффициент преломления $n_2/n_1 > 1$, двумя гиперболоидами с радиусами R_1 и R_2 . Реализовать такое профилирование не столь просто, как придать обычными механическими средствами сферическую форму куску прозрачного твердого материала для оптической линзы. Ведь в данном случае речь идет о необходимости придания надлежащей формы пространственно-временным, а не пространственным границам. Впрочем, есть все основания полагать, что технические трудности здесь могут быть преодолены и процесс изготовления гиперболических линз может стать технологичным и недорогим. Один из возможных вариантов необходимого профилирования можно осуществить, если создать трехмерный однородный и изотропный по пространственным направлениям взрыв облака неких элементарных частиц, имеющих однородное распределение по радиальным скоростям разлета. Если используемые при таком взрыве элементарные частицы будут при этом короткоживущими, т.е. испытывающими превращение в другие частицы в промежутке от собственного времени t_1 до собственного времени t_2 , то при этом события распада всех разлетающихся частиц заполнят собой пространственно-временную область, ограниченную с двух сторон гиперболоидами с радиус-интервалами $R_1 = ct_1$ и $R_2 = ct_2$, а «сбоку» — трехмерной конической поверхностью с гиперболическим углом раствора $\Psi_0 = \text{Arth}(v/c)$, где v — максимальная радиальная скорость в пучке. Не сложно заметить, что величина максимальной скорости разлета частиц v будет фактически определять аналог радиуса собирающей поверхности обычной оптической линзы, то есть, чем ближе величина отношения модулей v/c к единице, тем большую величину своей «собирающей поверхности» будет иметь гиперболическая линза и тем больший эффект можно надеяться наблюдать от ее работы.

Возможен так же вариант обратный к рассмотренному выше, когда организуется облако не разлетающихся, а собирающихся в направлении одного центра и постепенно распадающихся элементарных частиц. Похожего поведения, в частности, можно добиться, используя эмиссию высоко-энергетических электронов с поверхности полого сферического катода на находящийся в его геометрическом центре анод. Управляя разностью электрического потенциала между катодом и анодом, необходимо обеспечить равномерное распределение электронов по радиальным скоростям, а подбором материала мишени вокруг анода, обеспечивается четырехмерная гиперболическая сферичность области событий поглощения электронов. По отношению друг к другу, получаемые этими двумя различными способа-

ми гиперболические линзы имеют разные знаки «радиусов» кривизны, что, по-видимому, позволит разделять получаемые при этом гиперболические линзы на собирающие и рассеивающие. В свою очередь, разделение гиперболических линз на фокусирующие и расфокусирующие открыло бы возможность такого их прикладного использования, которое может лечь в основу гиперболических аналогов микроскопов и телескопов. Только наблюдаться в такие приборы должны будут не микро- или макротела, а микро- или макрособытия.

В случае успешного эксперимента по созданию гиперболической линзы открываются весьма заманчивые перспективы прикладного использования управляемого гиперболического поля. Перечислим некоторые наиболее очевидные из них.

1. Принципиально новые средства связи, свободные от отдельных недостатков электромагнитной связи, в частности, высоким уровнем поглощения в проводящих средах.
2. Создание компактных и мощных источников энергии, заимствующих энергию из Большого взрыва.
3. Переход практической астрономии от изучения достаточно узкой трехмерной области космоса к составлению 4D-карт Вселенной с ее наиболее яркими событиями прошлого.
4. Принципиальная возможность «заглянуть» не только в основную область конуса будущего, но и изучить первые мгновения после Большого взрыва.
5. Возможность создавать управляемый взрыв в заранее выбранной точке пространства-времени внутри конуса будущего за гиперболической линзой.
6. Гипотетическая возможность реализации управляемого термоядерного синтеза.
7. Гипотетическая возможность дистанционного и управляемого снижения опасной радиации и изотопного состава радиоактивных веществ.
8. Гипотетическая возможность дистанционного обезвреживания военных ядерных зарядов.
9. Создание устройств, позволяющих локально изменять темп хода времени: от ускорения до замедления.
10. Создание геофизических приборов, позволяющих дистанционно «просвечивать» недра планет и звезд.

Очевидно, что это — далеко не все потенциальные приложения нового поля, правда, говорить о них более серьезно можно не ранее, чем будут успешно проведены первые эксперименты с гиперболическими линзами и сопутствующими явлениями, которые подсказываются нам псевдоевклидовой (или псевдофинслеровой) геометрией и математическими закономерностями, выведенными на ее основе.

References

- [1] Пуанкаре А. Наука и гипотеза. В сб. статей «О науке», М.: Наука, 1991, с. 5-196.
- [2] Бом Д. Специальная теория относительности (приложение «Физика и восприятие»), М.: Мир, 1967, с. 223–283.
- [3] Kokarev S.S. Classical solids dynamics as 4D statics of elastic strings // *Nuovo Cimento B*, 116, 915, 2001, pp. 915–936. gr-qc/0108007.
- [4] Павлов Д.Г., Кокарев С.С. h -голоморфные функции двойной переменной и их приложения // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 13, 2010, с. 44–77.
- [5] Павлов Д.Г., Кокарев С.С. Гиперболическая теория поля на плоскости двойной переменной // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 13, 2010, с. 78–127.

- [6] Павлов Д.Г., Кокарев С.С. Алгебраическая единая теория пространства-времени и материи на плоскости двойной переменной // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 14, 2010, с. 11–37.
- [7] Павлов Д.Г., Кокарев С.С. Аналитические, дифференциально-геометрические и алгебраические свойства гладких функций поличисловой переменной // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 16, 2011, с. 4–53.
- [8] Павлов Д.Г., Кокарев С.С. Некоторые задачи математической физики в поличисловой теории поля // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 18, 2012, с. 200–255.
- [9] Milgrom M. MOND theory. 15 p. arxiv: 1404.7661 [astro-ph.CO]

HYPERBOLIC «STATICS» IN SPACE-TIME

D.G. Pavlov¹, S.S. Kokarev^{1,2}

¹ *Research Institute of Hypercomplex Systems in Geometry and Physics, Fрязино, Russia*

² *RSEC Logos, Yaroslavl, Russia*

geom2004@mail.ru, logos-center@mail.ru

With using the concept of matter event as a matter source, concentrated on metric sphere of null radius — light cone of Minkowski space-time, — we derive the analog of Coulomb's law for hyperbolic space-time field, universally acting between events of space-time. The collective field, providing interaction of the world lines of a pair of particles, consists of 3D Coulomb's part and logarithmic term. We reveal, that the Coulomb's part is caused by tune balance between causal and geometric properties of space-time (concordance of a two regularization procedures). Equation of motion (in fact — equation of 4D static) for self-consistent configuration of two world lines are integro-differential ones. It is shown, that these equations may be rewritten in the form of relativistic second Newton's law, where the force and the mass are special parts of universal hyperbolic interaction. We discuss principles and perspectives of using of the device called hyperbolic lense, which is 4D analog of dielectric lense of standard electrostatic.

Key Words: hyperbolic field, matter event, Coulomb,s potential, logarithmic potential, 4-dimensional static, interaction of world lines, hyperbolic lense.