

## НЕСКОЛЬКО ЗАМЕЧАНИЙ ОБ АНИЗОТРОПНОЙ ГЕОМЕТРОДИНАМИКЕ

С.В. Сипаров

*Государственный университет гражданской авиации, Санкт-Петербург, Россия  
НИИ Гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия*

sergey@siparov.ru

Обсуждаются некоторые важные аспекты предложенного ранее подхода (анизотропной геометродинамики), причины расхождения предсказаний классической ОТО с рядом наблюдений на галактическом масштабе и альтернативная интерпретация наблюдений, связанных с гипотезой о наличии темной материи в гравитационных линзах.

**Ключевые слова:** гравитация, анизотропное пространство, постановка задачи, краевые условия, гравитационные линзы.

Анизотропной геометродинамикой (АГД) будем называть модификацию теории гравитации (ОТО), возникновение которой было мотивировано наблюдательными проблемами, перечисленных в [1] и характерными для космологических масштабов. Основными проблемами являются следующие: плоские кривые вращения спиральных галактик, закон Талли-Фишера для светимости, поведение звездных шаровых скоплений в нашей галактике (Кеплеровское движение в плоскости, перпендикулярной плоскости галактики, аномальная преимущественная локализация скоплений вблизи центра галактики), наблюдаемый эффект гравитационного линзирования зачастую превосходит теоретический в несколько раз. Объяснения этих эффектов в рамках классической ОТО отсутствуют, для первого и последнего случаев вводится понятие темной материи — гипотетического вещества, проявляющего себя только в гравитационном взаимодействии, масса такого вещества, необходимое для соответствия наблюдениям, должно превосходить массу барионной (видимой) материи в три раза. Наиболее острой проблемой являются плоские кривые вращения — эффект выражен, несложен и статистически достоверен.

Известные теоретические попытки справиться с проблемой, обсуждавшиеся в [2], включали:

- изменение подынтегрального выражения в действии Гильберта-Эйнштейна, ( $f(R)$ -теории (Де Витт), введение дополнительного скалярного поля (Бранс-Дике), антисимметризация метрики, эквивалентная введению 5-й силы (Моффат), использование тензора Вейля (Маннхейм));
- увеличение числа измерений (Калуца-Клейн и далее к бранам);
- феноменологическая теория МОНД и ее ковариантное обобщение (Мильгрэм и Бекенштейн), сводящееся к введению дополнительного поля.

Все они оказались не свободными от недостатков, в том числе и МОНД, ориентированная на эксперимент и использующая новую эмпирическую константу, значение которой оказалось близким к  $cH$ , где  $c$  — скорость света, а  $H$  — постоянная Хаббла. Смысл такого совпадения остался неясен.

В работах [3-6] была рассмотрена возможность зависимости гравитационной силы от скоростей взаимодействующих тел, способом, принципиально отличающимся от известных, что соответствовало переходу к рассмотрению анизотропного пространства с анизотропной метрикой. Отличие состоит в том, что в классической ОТО скорости появляются

в выражении для гравитационной силы лишь в высоких порядках разложения силы по  $v/c$ , а в так называемом гравитоэлектромагнетизме (ГЭМ) построение теории гравитации происходит по прямой аналогии с электродинамикой, что не является оправданным. В основе АГД лежат геометрическое тождество Максвелла, общее для гравитации и электромагнетизма, и физический принцип эквивалентности, подразумевающий зависимость сил инерции от скоростей.

Модификация проводилась следующим образом. Сначала было введено пространство  $(x^i, y^i)$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , где  $y^i = \frac{dx^i}{ds}$ , с метрикой, мало отличающейся от метрики плоского пространства

$$g_{ij}(x, y) = \eta_{ij} + \varepsilon_{ij}(x, y); \quad |\varepsilon_{ij}| \ll 1, \quad (1)$$

т.е. поле считалось слабым, а теория линеаризуемой. Затем были получены уравнения обобщенной геодезической

$$\frac{dy^i}{ds} + (\Gamma_{lk}^i + \frac{1}{2}\gamma^{it} \frac{\partial^2 \varepsilon_{kl}}{\partial x^j \partial y^t} y^j) y^k y^l = 0, \quad (2)$$

которые позволили получить выражения для уравнения движения, а затем для гравитационной силы

$$\vec{F}^{(g)} = \frac{mc^2}{2} \left\{ -\nabla \varepsilon_{00} + [\vec{v}, \text{rot} \frac{\partial \varepsilon_{00}}{\partial \vec{v}}] + \nabla(\vec{v}, \frac{\partial \varepsilon_{00}}{\partial \vec{v}}) \right\}. \quad (3)$$

После ряда упрощений была введена модель элементарного источника гравитации, который в отличие от ОТО более не является массивной точкой, а представляет собой систему «центр плюс ток», т.е. массивная точка окружена (круговым) контуром тока массы. Эта модель была использована для моделирования динамики спиральной галактики, что привело к выражениям

$$v_{orb} \sim \text{const}; \quad v_{orb} \sim L_{lum}^{1/4} \quad (4)$$

соответствующим плоским кривым вращения и закону Талли-Фишера, (здесь  $v_{orb}$  — орбитальная скорость светящегося вещества на периферии спиральной галактики,  $L_{lum}$  — светимость). Выражение (3) для силы позволяет объяснить парадоксы, связанные с движением шаровых скоплений и рассчитать движение в поле спиральной галактики, соответствующее наблюдаемым характеристикам гравитационных линз. Оказывается возможным существование также и рассеивающих гравитационных линз, позволяющих по-новому подойти к возможной интерпретации наблюдений сверхновых типа Ia.

В АГД классическая теория гравитации (ОТО) и все ее результаты остались применимыми на планетарном масштабе, а парадоксы на галактическом масштабе явились естественными следствиями предложенной модифицированной теории, для проверки которой был начат радиоастрономический эксперимент на базе Пушинской РАО [7]. В данной статье обсуждаются некоторые особенности, поясняющие суть подхода и являющиеся характерными для АГД.

### Замечание 1: О фазовом пространстве-времени

Построение АГД фактически начинается с введения нового — 8-мерного — пространства: каждой точке основного многообразия  $M$  приписываются не только 4 координаты  $x^i$ , но и 4 новых координаты  $y^i$ , вычисляемых по правилу  $y^i = \frac{dx^i}{ds}$ , где  $s$  — естественный параметр для кривой, принадлежащей многообразию (длина дуги), т.е.  $(x^0, x^1, x^2, x^3) \rightarrow$

$(x^0, x^1, x^2, x^3, y^0, y^1, y^2, y^3)$ . Таким образом, происходит переход к рассмотрению касательного расслоения  $TM$ . И если  $M$  при физической интерпретации играет роль 4-мерного пространства-времени, то совокупность  $M$  и  $TM$  при интерпретации будет играть роль 8-мерного фазового пространства-времени.

Следует отметить два обстоятельства. Первое: процедура использования математической модели для описания интуитивного представления о реальности как о пространстве с протекающими в нем явлениями, упорядоченными во времени, в явном виде была предложена впервые, по-видимому, Г. Минковским в 1908 г. До этого все обсуждения, включая точку зрения Н. Лобачевского, исследовавшего возможности обоснованного использования геометрии Евклида при астрономических наблюдениях, и В. Клиффорда, обсуждавшего понятие кривизны и его связь с физикой, касались лишь 3-мерного пространства. Даже сам А. Эйнштейн в своей классической работе 1905 г., уже выполнив все необходимые построения, не говорил о таком объекте, как 4-мерное пространство-время. Идея Минковского, к которой современная наука давно привыкла, не была очевидной или естественной во времена своего появления. В частности, А. Пуанкаре, предвосхитивший ее четырьмя годами ранее, считал ее искусственной, а трудности на пути ее внедрения в науку непомерно большими и не заслуживающими серьезного отношения. Таким образом, результаты опыта Майкельсона-Морли и их осмысление Эйнштейном привели к явному представлению о продуктивной возможности моделирования реальности с помощью нетривиальных и неочевидных геометрических построений.

Второе обстоятельство состоит в том, что при переходе к физической интерпретации в математической модели появляется некоторая фундаментальная константа, имеющая размерность скорости. Это связано с тем, что одна из координат 4-мерного пространства-времени измеряется прибором другого типа, чем остальные три координаты, и необходим переводной коэффициент. То, что эта константа, эта скорость полагалась равной именно скорости света, было продиктовано стремлением сохранить фундаментальный характер электродинамики и обеспечить инвариантность уравнений Максвелла.

Поэтому предложение теории АГД использовать 8-мерное пространство (фазовое пространство-время) для моделирования интуитивного представления о реальности является в определенном смысле аналогом предложения, сделанного Минковским в начале 20-го века. Дополнительные пространственные измерения не являются фиктивными, как в теориях типа Калуцы-Клейна, они имеют простой физический смысл, а обычное 6-мерное фазовое пространство общей физики давно используется при исследовании и описании различных процессов. Как уже упоминалось [3-6], при физической интерпретации соображения размерности вновь диктуют необходимость появления фундаментальной константы  $l$ , на этот раз с размерностью длины. Если связать ее с ранее введенной фундаментальной скоростью  $c$  и использовать  $l = c/H$ , то размерность новой константы может быть связана и со временем, а ее величина может выбираться из соображений, аналогичных тем, что были использованы в прошлом веке. Только теперь теорией, фундаментальный характер которой хотелось бы сохранить, является теория гравитации (ОТО), а уравнениями, инвариантность которых хотелось бы обеспечить, являются уравнения Эйнштейна.

У фазового пространства-времени имеется важная нетривиальная особенность, состоящая в том, что при использовании соотношения  $ds = cdt$  первая из новых координат, т.е.  $y^0$ , оказывается постоянной, т.е. все события будут происходить фактически на 7-мерном подпространстве 8-мерного фазового пространства-времени.

Оба последних обстоятельства, т.е. наличие у теории фундаментального параметра с размерностью длины и существование постоянной координаты немедленно вызывают целый ряд ассоциаций, связанных с хорошо разработанными разделами теорий относительности и гравитации и связанных с ними теорий. Перечислим их.

1. Классическое пространство Де Ситтера является 4-мерным подпространством 5-мерного пространства с фиксированным значением одной из координат, содержит фундаментальный параметр с размерностью длины и используется при обсуждении космологических проблем, начиная от Большого взрыва и до связи радиуса кривизны с космологической константой и темной энергией.
2. Теоретико-групповые соображения:
  - (а) Непосредственная связь с обобщенным преобразованием Лоренца [8], сохраняющие наблюдаемое равномерное прямолинейное движение и содержащие фундаментальную длину;
  - (б) Группа Де Ситтера, соответствующая преобразованию  $x^{i'} = \frac{L_j^i x^j + a_i x^i}{1 + l^{-1} b_i x^i}$  (где  $a_i$  и  $b_i$  — безразмерные), является наиболее общей группой преобразований (Бакри), она также содержит фундаментальную константу с размерностью длины и, как и группа Пуанкаре, является десяти-параметрической группой; связанная с ней однородная группа  $x^{i'} = \frac{L_j^i x^j}{1 + l^{-1} b_i x^i}$  не сохраняет интервал пространства Минковского;
  - (в) Сжатие группы Де Ситтера с помощью введения координат Бельтрами до группы Ньютона-Гука, пригодной при интерпретации астрономических событий.
3. В теории частиц высоких энергий для описания их скоростей эффективно используется геометрия Лобачевского.
4. Если выбрать фундаментальный параметр 8-мерного фазового пространства-времени равным  $c/H$  и при интерпретации положить  $H$  равной постоянной Хаббла, что довольно естественно при обращении к космологическим масштабам, то связь фундаментальных констант теории с эмпирической постоянной теории МОНД, близкой к  $cH$ , становится неслучайной, т.к. в АГД именно это значение определяет область применимости теории.

Итак, в подходе АГД все эти мотивы становятся естественно связанными друг с другом, что обусловлено использованием (обобщенной Лагранжевой) геометрии 8-мерного фазового пространства-времени. Это, в том числе, означает, что при рассмотрении ситуаций и задач в пространствах меньшей размерности, т.е. пределах лишь некоторых проекций 8-мерного фазового пространства-времени, могут возникать дополнительные проблемы и трудности, что, собственно, и имеет место.

### Замечание 2: О плоском пространстве

Хронологически специальная теория относительности предшествовала общей, и именно первая обоснованно считается фундаментом любых дальнейших построений. С точки зрения геометрии пространство СТО является плоским, и его метрика имеет вид метрики Минковского  $\eta_{ij} = \text{diag}\{1, -1, -1, -1\}$ . «Надстраивая» на этой базе теорию, в которой учитываются и ускоренные движения, что согласно принципу эквивалентности превращает ее в теорию гравитации, а заодно искривляет пространство, мы не только вступаем в противоречие с логикой, но и чрезмерно опираемся на математические построения, переходя от наблюдений физического мира к требованиям его соответствия идеальной математической модели. Последнее неоднократно встречалось в истории науки (небесные сферы со звездами на них, правильные Платоновы тела, вписанные в сферы и описанные около них, причем радиусы сфер должны соответствовать радиусам орбит планет, и др.), что и неудивительно, в силу известной «непостижимой эффективности математики в

естествознании». Однако прорывы в естествознании наступали как раз в результате признания такого несоответствия и учета наблюдаемых явлений в дальнейших построениях. Прекрасной иллюстрацией является само появление СТО.

Логическое противоречие состоит в том, что предельные случаи должны соответствовать упрощению, вырождению структур, а не их усложнению. В применении к теории гравитации это означает, что можно надеяться получить разумный результат, рассматривая «пространство вдали от тел» в теории, изначально построенной с учетом наличия тел. Однако «внося малые тела» в пустое (плоское) пространство в качестве малой поправки, никаких гарантий по поводу существования, единственности и осмысленности решений соответствующих задач получить невозможно. Обнаруживая несоответствие полученных решений с наблюдениями, и возвращаясь к рассмотрению пустого пространства с целью изменения его свойств путем подгона, например, требуя наличия кривизны и других свойств у *пустого* пространства, исследователь окончательно переходит в область красивых математических фантазий и отказывается от основополагающего физического принципа ОТО, состоящего в том, что источником кривизны пространства-времени является масса (или энергия) содержащихся в нем тел. Поскольку привычный формализм теории при этом сохраняется, такой переход оказывается замаскированным.

Важным обстоятельством является также и то, что требование Лоренц-инвариантности теории в классическом смысле может быть оправдано только для случаев, когда состояние движения самого наблюдателя можно считать известным. Но такая ситуация реализуется не всегда. Более последовательным является требование *обобщенной* Лоренц-инвариантности, в которой речь идет не о переходе в другую систему отсчета, движущуюся равномерно и прямолинейно в абсолютном смысле, а о переходе в систему, которая предстает инерциальной в наблюдениях, т.е. необходимо исключить или учесть неизвестное движение наблюдателя. Именно такой подход необходим при построении теории гравитации (обобщенной теории относительности и гравитации) в изначально непустом пространстве, содержимое которого может влиять на движение наблюдателя, которое невозможно измерить в абсолютном смысле. Результаты такой теории могут быть сопоставлены с наблюдениями более обоснованно.

### Замечание 3: О локальности и граничных условиях

К предыдущему замечанию примыкает и вопрос о локальности. Он имеет два аспекта. Первый имеется в виду в принципе эквивалентности, когда говорят о неразличимости сил инерции и гравитации *в точке*. Второй возникает, когда рассматриваются решения уравнений поля, удовлетворяющие граничному условию в виде требованиям перехода к плоской метрике на бесконечности, т.е. *вдали от (локализованных) тел*. Если для моделирования реальности используется пространство, имеющее характерный параметр с размерностью длины, возникает естественное разбиение любой задачи на две — внутреннюю и внешнюю по отношению к области, имеющей радиус порядка такой длины. Тогда все результаты классической ОТО соответствуют внешней задаче, например, планетным системам звезд, но для описания динамики галактик такая постановка будет неприменима, и ожидать совпадения решений с наблюдениями нет оснований.

Возникают следующие вопросы:

1. Является ли переход от метрики в области, занятой телами, к области вдали от тел монотонным?
2. Чему соответствуют решения вне и внутри области и в чем особенности условия сшивания на границе?
3. Какую из задач следует использовать для моделирования того или другого природного

феномена?

Само осознание возможности постановки и использования двух таких задач немедленно приводит к дополнительным соображениям, связанным с понятием *темной материи*, которое интенсивно исследуется в последние годы и утвердилось в науке благодаря наблюдениям плоских кривых вращения. Известно, что эффективным методом решения статических задач является так называемая инверсия. Согласно теореме Кельвина об инверсии, если  $\Phi(r, \theta, \varphi)$  есть решение уравнения Лапласа для области  $r < R$ , то в области  $r > R$  решением будет  $\frac{R}{r}\Phi\left(\frac{R^2}{r}, \theta, \varphi\right)$  и наоборот. При этом при инверсии меняется не только взаимное расположение зарядов, но и их величина. Поэтому, когда оказывается, что наблюдения соответствуют не тем «зарядам», которые используются в теории, это может означать, что результат теории соответствовал решению внешней задаче, в то время как моделируемый объект должен был описываться внутренней задачей.

Рассмотрим любопытный пример. В ряде физически интересных случаев для описания гравитации внутри однородного шара используется внутренняя задача Шварцшильда [9], а естественным условием сшивания на поверхности шара является совпадение получаемого решения с решением общеизвестной внешней задачи. Тогда для собственного времени внутри получаем

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{r_s}{R_0}\right)^{1/2} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_s r^2}{R_0^3}\right)^{1/2} \quad (5)$$

где  $t$  — координатное время, измеряемое бесконечно удаленными часами,  $r_s = \frac{2GM}{c^2}$  — радиус Шварцшильда,  $R_0$  — радиус шара,  $r$  — текущая координата. Тогда в центре шара, при  $r = 0$  получаем

$$d\tau = dt \left[ \frac{3}{2} \left(1 - \frac{r_s}{R_0}\right)^{1/2} - \frac{1}{2} \right] \quad (6)$$

и если радиус шара  $R_0 < (9/8)r_s$  или сжимающееся вещество минует это значение в процессе гравитационного коллапса, то время в центре меняет знак, что соответствует переходу к гравитационному отталкиванию, и возникает вопрос о самой возможности коллапса.

Обычные представления о радиусе Шварцшильда соответствуют весьма малой величине, но такие представления обманчивы — роль играет полная масса. Так, для Вселенной, общее число протонов в которой оценивается в  $10^{80}$  штук, радиус видимой Вселенной совпадает с ее радиусом Шварцшильда. И возникает вопрос о типе задачи для описания явлений во Вселенной, в частности, и об ускорении и причине ее расширения, если окажется, что современная интерпретация наблюдений сверхновых SN1a оправдана, и оно имеет место.

Таким образом, традиционный выбор граничных условий в классической теории вызывает вопросы, и следовало бы учесть условия сшивания внутренней и внешней задач. При наличии параметра с размерностью длины это является естественным. Геометрия 8-мерного фазового пространства времени в случае ее применения для интерпретации космологических проблем в рамках АГД его автоматически содержит. При этом в условия сшивания может входить зависимость от скоростей. В частности, в решения внутренней и внешней задачи может входить одно и то же слагаемое, зависящее от скоростей, поскольку при решении задачи Пуассона постоянная интегрирования может теперь не обращаться тождественно в ноль, а зависеть от скоростей. Одновременно такое решение должно удовлетворять обобщенному уравнению геодезической. Все сказанное означает, что при рассмотрении внутренней задачи гравитационный потенциал поля может и расти с удалением от наблюдателя, и лишь во внешней области монотонно стремиться к нулю.

#### Замечание 4: О токах массы в АГД

Несмотря на то, что рецепт вычисления токов массы в АГД такой же, как в электродинамике, что обусловлено их общим геометрическим происхождением, т.е. тождеством Максвелла, их смысл и особенности отличаются от известных. Токи, возникающие в теории ГЭМ, имеют недостаток, связанный с непоследовательностью самой этой теории. Она проявляется в разделении массы на создающую кривизну пространства, т.е. входящую в метрику, и движущуюся в нем. В изотропном пространстве классической ОТО также появляются токовые слагаемые вида  $\partial_j h_{0k}(x) - \partial_k h_{0j}(x)$ , где  $h_{ik}(x)$  — малая изотропная поправка к метрике Минковского. Они описывают соленоидальность полей (здесь соленоидальным полем является  $h_{ik}$ ) и обусловлены выбором системы отсчета. В изотропном случае такие слагаемые отличаются от нуля, только если система не является чисто инерциальной, например, вращающейся. Но в анизотропном пространстве АГД слагаемые указанного вида возникают в связи с частью метрики, соответствующей нулевой компоненте анизотропного возмущения  $\varepsilon_{00}(x, y)$ . Поэтому даже чисто инерциальная система не свободна от соленоидальных полей. Токи массы в АГД имеют существенно метрическое происхождение.

#### Замечание 5: Об уравнениях поля

Естественный вопрос об изменении уравнений поля в связи с переходом к рассмотрению анизотропного пространства (8-мерного фазового пространства-времени) и об изменении уравнений возникающих при использовании вариационного принципа имеет ответ, базирующийся на доказательстве, проведенном в [10]. Оказывается, что в анизотропном случае для слабой (линеаризуемой) деформации плоского пространства вариационные уравнения не изменятся, новых уравнений не появится, и в результате возникнет обычное уравнение Эйнштейна. Однако входящие в него величины, в частности коэффициенты связности, могут и будут зависеть от  $y$ . Поэтому в первом порядке теории возмущений все рассуждения аналогичные решению Эйнштейна [11] остаются в силе, а результат учитывает анизотропию пространства.

#### Замечание 6: Возвращаясь к наблюдениям

Ранее [3-6] уже упоминалось, что такие принципиальные для современных космологических представлений наблюдательные данные, как линейный закон Хаббла, могут быть интерпретированы и без учета или наряду с учетом радиального расширения Вселенной. В частности, сам Хаббл в своей статье [12] отметил, что полученный результат находится в соответствии с космологическими представлениями Де Ситтера, которые предусматривали смещение спектров в связи с замедлением времени. С точки зрения АГД анизотропный потенциал, создаваемый тангенциально движущимися удаленными телами, также обеспечивает линейную зависимость, полученную Хабблом.

Упомянем еще некоторые наблюдения, которые можно интерпретировать на основе АГД наряду с наблюдениями, указанными в начале статьи. Рассмотрим собирающие гравитационные линзы, в которых учтем влияние токов массы на движение пробных частиц (и на распространение световых лучей). Напомним основные соотношения теории гравитационных линз. Угол отклонения луча света, проходящего мимо массивного тела

$$\theta = \frac{2r_s}{\xi} \quad (7)$$

где  $\frac{r_s}{\xi} = \varphi_{(N)}$  — Ньютоновский потенциал,  $r_s = \frac{2GM}{c^2}$  — радиус Шварцшильда,  $\xi$  —

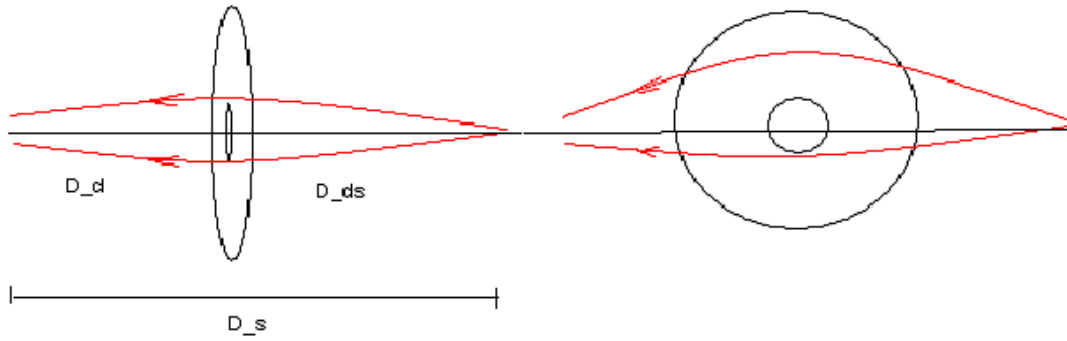


Рис. 1: Фронтальная и профильная ориентации спиральной галактики, играющей роль гравитационной линзы. Второй случай учитывается АГД.

минимальное расстояние между лучом и центром тела. Формула гравитационной линзы имеет вид

$$\eta = \frac{D_s \xi}{D_d} - D_{ds} \frac{2r_s}{\xi} \quad (8)$$

где  $\eta$  и  $\xi$  — перпендикулярные к лучу зрения координаты источника в плоскости источника и в плоскости линзы соответственно,  $D_s$  — расстояние между источником и наблюдателем,  $D_d$  — расстояние между линзой и наблюдателем,  $D_{ds}$  — расстояние между линзой и источником. Полагая  $\xi = 0$ , получим условия, когда источник, линза и наблюдатель находятся на одной прямой. Соответствующее значение

$$\xi_0 = \sqrt{2r_s \frac{D_d D_{ds}}{D_s}} \quad (9)$$

называется радиусом Хвольсона-Эйнштейна.

Гравитационный потенциал в АГД в классическом приближении имеет вид

$$\varphi_{(AGD)} = \varphi_{(N)} + \frac{8}{c^2} (\vec{u}, \vec{v}), \quad (10)$$

где  $u = V_{eff}$  — эффективное значение линейной скорости массового тока вдоль контура, а  $v$  — скорость пробного тела, т.е., например, одной из звезд галактики. Для практических оценок, пригодных для сопоставления с наблюдениями, сделаем несколько приближений. Во-первых, используем  $V_{eff} = \Omega_{eff} R_{eff}$ , где радиус  $R_{eff}$  и угловая скорость  $\Omega_{eff}$  в модели, описывающей галактику, определены так же, как в [3-6]. А во-вторых, вместо скорости пробного тела возьмем скорость света. Возможные погрешности могут повлиять на количественные оценки, однако, не больше, чем погрешности определения астрономических параметров, которые обычно участвуют в таких расчетах. Качественная сторона дела при этом не изменится. Ясно, что когда луч от источника лежит в плоскости (спиральной) галактики-линзы, второе слагаемое в формуле (10) входит с разными знаками в зависимости от того, с какой стороны от центра проходит луч. Тогда для угла отклонения света можно получить выражение

$$\theta = 2\varphi_{(AGD)} = 2\varphi_{(N)} + \frac{16}{c^2} (V_{eff}, v) = \frac{2r_s}{\xi} + 16 \frac{(V_{eff}, c)}{c^2}. \quad (11)$$

Соответственно, в случае, когда гравитационная линза представляет собой спиральную галактику, имеющую профильную ориентацию относительно луча зрения (рис.1), теория



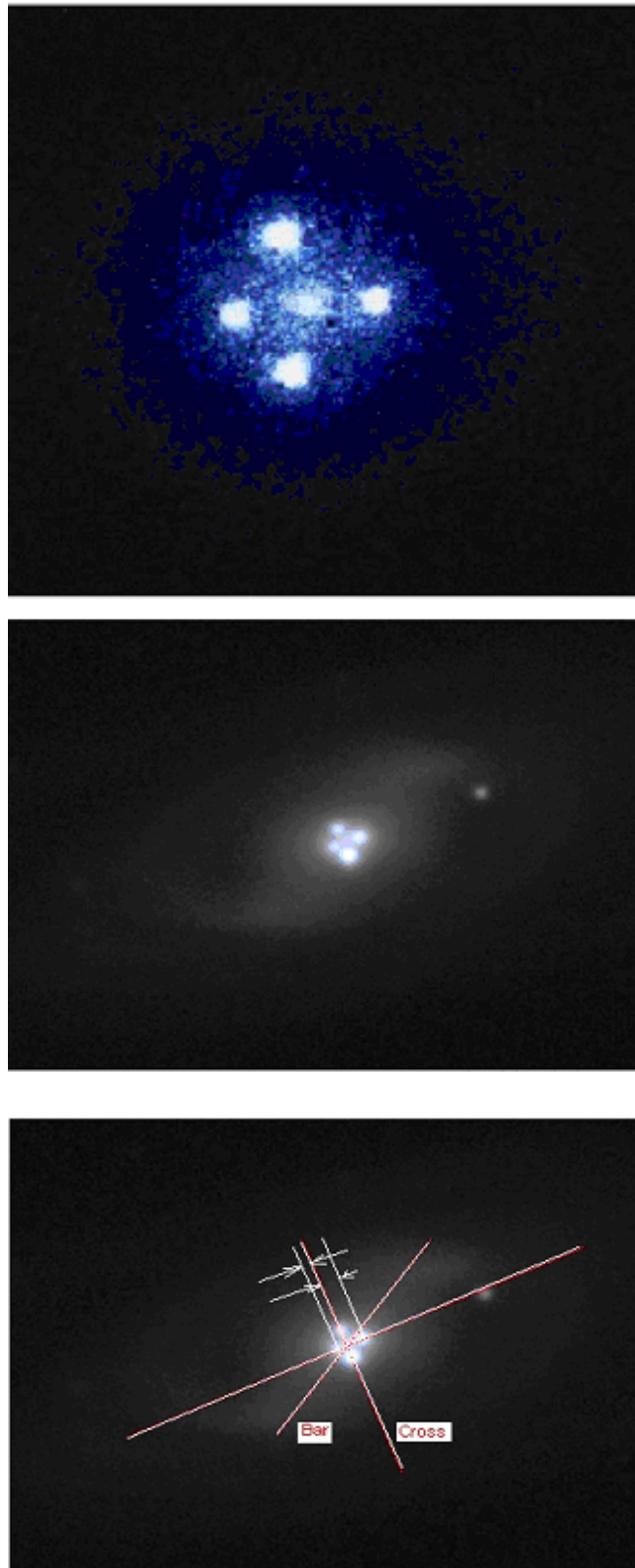


Рис. 2: Крест Эйнштейна.

а) Квazar: 2237 + 030 (удаление  $8 \cdot 10^9$  с.л.), Hubble Telescope NASA/ESA;

б) Линза, заметная на переднем плане — спиральная галактика ZW 2237+030 (удаление  $4 \cdot 10^8$  с.л.). Взято из [http://www.noao.edu/image\\_gallery/html/im0553.html](http://www.noao.edu/image_gallery/html/im0553.html);

в) Оси соответствуют изображению креста и положению бара галактики-линзы. Стрелками указаны отрезки, определяемые формулой (10а)

АГД дает следующие формулы. Для гравитационной линзы получим уравнение

$$\frac{1}{\xi} \left[ \eta + D_{ds} \left( \frac{2r_S}{\xi} + 16 \frac{V_{eff}}{c} \right) \right] = \frac{D_s}{D_d}, \quad (12)$$

а роль радиусов Хвольсона-Эйнштейна при различном прохождении лучей будут играть два неравных отрезка, длины которых определяются формулой

$$\xi_{1or2} = 4\xi_0 \frac{\xi_0 V_{eff}}{r_S c} \left[ \pm 1 + \sqrt{1 + \frac{c^2}{V_{eff}^2} \frac{r_S D_s}{32 D_{ds} D_d}} \right] \quad (13)$$

Отношение полученных длин отрезков  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , которое можно сопоставить с наблюдениями, равно

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{c^2}{V_{eff}^2} \frac{r_S D_s}{32 D_{ds} D_d}}}{-1 + \sqrt{1 + \frac{c^2}{V_{eff}^2} \frac{r_S D_s}{32 D_{ds} D_d}}} \quad (14)$$

Для оценки величин, стоящих в (14) можно считать эффективную скорость имеющей порядок  $10^5$  м/с, что соответствует асимптотикам кривых вращения.

В качестве примера рассмотрим известный крест Эйнштейна (рис.2). Для этого объекта получено также и изображение соответствующей линзы, являющейся спиральной галактикой, повернутой так, как это требуется для проверки предсказаний сделанных на основе АГД. Подставляя в формулу (14) удаления, указанные в подписи к рис.2, получим, что отношение имеет порядок  $10^0$ , что не противоречит наблюдениям. О большей точности говорить не имеет смысла, т.к. оценки удалений и массы недостаточно точны, однако качественное соответствие расчета и наблюдений является указанием на непротиворечивость подхода АГД и возможность его использования для интерпретации наблюдательных данных.

## Литература

- [1] Aguirre A., Burgess C.P., Friedland A., Nolte D. Astrophysical constraints on modifying gravity at large distances // *Class. Quantum Grav.* 18, 2001, pp. R223–R232.
- [2] Siparov S. Theory of the zero order effect suitable to investigate the space-time geometrical properties // *Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyiregyhaziensis*, vol. 24, 2008, pp. 135-154.
- [3] Сипаров С. Закон гравитации и модель источника в анизотропной геометродинамике // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике* 2(6), №12, 2009, с. 143-160.
- [4] Siparov S. Proc.4-th Int. Gamow Conf., Odessa-2009. Eds. S.K. Chakrabarti, G.S. Bisnovatyi-Kogan, A.I. Zhuk // *AIP Conf. Proc.*, Melville, New York, V.1206, p. 152.
- [5] Siparov S. Proc. Int. Conf. DGDS-2009, BSG Proc. Eds. K. Udriste, V. Balan // *Geom.Balkan Press*, V.17, 2010, p. 190.
- [6] Siparov S. Proc.Int. Conf."Math. and Astron.", Madrid-2009. Eds. M. de Leon, D.M. de Diego, R.M. Ros // *AIP Conf. Proc.*, Melville, New York, 2010, V.1283, 222.
- [7] Сипаров С.В., Самодуров В.А. Выделение составляющей излучения космического мазера, возникающей из-за гравитационно-волнового воздействия // *Компьютерная оптика* т.33, №1, 2009, с. 79-85.
- [8] Kerner E.H. An extension of the concept of inertial frame and of Lorentz transformation // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, vol. 73, №5, 1976, pp. 1418-1421.

- [9] Hobson M.P., Efstathion G., Lasenby A.N. *General Relativity*. Cambridge, 2009.
- [10] Voicu N. Proc.Int. Conf. "Math. and Astron." Madrid-2009. Eds. M. de Leon, D.M.de Diego, R.M.Ros // *AIP Conf. Proc.*, Melville, New York, V.1283, 2010, c. 249.
- [11] Einstein A. I fondamenti della teoria della relativita generale, Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie // *Ann. d. Phys.* 49, 1916, pp. 769-822.
- [12] Hubble E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae // *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15 (3), 1929, pp. 168-173.

## SEVERAL REMARKS ON THE ANISOTROPIC GEOMETRODYNAMICS

**S.V. Siparov**

*State University of Civil Aviation, St-Petersburg, Russia*

*Research Institute of Hypercomplex Systems in Geometry and Physics, Fрязино, Russia*

sergey@siparov.ru

The paper contains the discussion of several important aspects of the approach suggested earlier (anisotropic geometrodynamics), the analysis of the disagreement between the GRT predictions and some observations on the galactic scale, and the alternative interpretation of the observations related to the hypothesis of the dark matter existence in the gravitational lenses.

**Key Words:** gravitation, anisotropic space, formulation of a problem, boundary conditions, gravitational lenses.