

*П и с ь м а в Г Ч Г Ф.*

**ПОПРАВКА К ОДНОМУ УТВЕРЖДЕНИЮ СТАТЬИ  
«ИДЕМПОТЕНТЫ И НИЛЬПОТЕНТЫ В КЛИФФОРДОВОЙ АЛГЕБРЕ  
ЕВКЛИДОВА 3-ПРОСТРАНСТВА И ИХ СВЯЗЬ С ФИЗИКОЙ»**

**О.А. Морнев**

*Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН, г. Пуцзино, Россия*  
mornev@mail.ru

Представлена поправка к статье «Идемпотенты и нильпотенты в клиффордовой алгебре евклидова 3-пространства и их связь с физикой» (Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 2(12), том 6, 2009, с. 92–137), которая исправляет одно высказанное в ней утверждение, касающееся свойств односторонних идеалов, генерируемых в клиффордовой алгебре трёхмерного евклидова пространства составными идемпотентами этой алгебры.

**Ключевые слова:** клиффордова алгебра, геометрическая алгебра, идемпотенты, простые идемпотенты, составные идемпотенты, идеалы, минимальные идеалы, неминимальные идеалы.

*Именно, именно, – закричал он, и левый зеленый глаз его, обращенный к Берлиозу, засверкал, – ему там самое место! Ведь говорил я ему тогда за завтраком: «Вы, профессор, воля ваша, что-то нескладное придумали! Оно, может, и умно, но больно непонятно. Над вами потешаться будут»*

*Булгаков М.А. «Мастер и Маргарита»*

## 1 Поправка

В п. 2.3 статьи [1] было представлено (и даже вынесено в раздел «Выводы») утверждение о том, что односторонние идеалы, порождаемые составными идемпотентами клиффордовой алгебры  $Cl_3$  трёхмерного евклидова пространства, не являются минимальными.

Это утверждение *ошибочно* и представляет собой досадную оплошность автора: оно вовсе не вытекает из изложенных в п. 2.3 доводов. Более того, сами эти доводы могут рассматриваться как начальная часть вполне верного рассуждения, которое, будучи продолжено до логического конца, приводит к следующему противоположному – но уже правильному – утверждению:

Все идемпотенты алгебры  $Cl_3$  – как простые идемпотенты (идемпотентные паравекторы)  $e$ , так и составные идемпотенты  $E = e + N$  (здесь  $N$  – нильпотент индекса 2, связанный с  $E$  и  $e$  известным образом [1]) – порождают в  $Cl_3$  *минимальные* идеалы.

Это утверждение вытекает из следующей теоремы.

**Теорема.** *Левый (правый) идеал, порождённый в  $Cl_3$  составным идемпотентом  $E = e + N$ , совпадает с левым (правым) идеалом, порождённым в  $Cl_3$  простым идемпотентом  $e$ .*

Минимальность односторонних идеалов, порождённых составными идемпотентами, теперь следует из того факта, что таковыми являются односторонние идеалы, порождённые простыми идемпотентами.

По-видимому, можно построить несколько доказательств указанной теоремы, в том числе опирающихся на общеалгебраическую аргументацию. Автор нашёл доказательство, которое, дополняя рассуждения, изложенные в п. 2.3, апеллирует к конкретным свойствам алгебры  $Cl_3$ ; в частности, в нём существенно используется разработанная автором техника представления идемпотентов этой алгебры в виде сумм полилинейных комбинаций её нильпотентов – трюк, весьма полезный также и в других задачах (соответствующий материал будет изложен в одной из последующих публикаций).

## 2 Заключение

К счастью, доказательства всех остальных – основных – результатов статьи [1] никак не связаны с фактом минимальности упомянутых идеалов и остаются неразрушенными, а сами результаты – верными. (Поэтому автор отвергает выпад Воланда, процитированный в эпиграфе к настоящей заметке.)

## Литература

- [1] Морнев О.А. Идемпотенты и нильпотенты в клиффордовой алгебре евклидова 3-пространства и их связь с физикой // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2(12), том 6, 2009, с. 92–137.

## THE AMENDMENT TO ONE STATEMENT OF THE PAPER «IDEMPOTENTS AND NILPOTENTS IN THE CLIFFORD ALGEBRA OF EUCLIDEAN 3 - SPACE AND THEIR INTERCONNECTIONS IN PHYSICS»

O.A. Mornev

*Institute of Theoretical and Experimental Biophysics of RAS, Pushchino, Russian Federation*

*mornev@mail.ru*

In the author's paper mentioned in the title of this abstract and published in the Journal «Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics», 2 (12), Vol.6, 2009, Pp. 92–137, the statement was formulated that composite idempotents of the Clifford algebra  $Cl_3$  of three dimensional Euclidean space generate nonminimal one-sided ideals of  $Cl_3$ . The amendment presented here cancels this statement: one can prove that all one-sided ideals generated in  $Cl_3$  both by composite idempotents and by simple ones are always minimal. Fortunately, the proofs of the rest of results presented in that paper are not affected by this local circumstance and therefore do not fall; as a consequence, all these results remain true.

**Key Words:** Clifford algebra, geometric algebra, space algebra, idempotents, composite idempotents, simple idempotents, ideals, minimal ideals, nonminimal ideals.