ОКТОНИОНЫ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Г. А. Кузнецов

Челябинский государственный университет

gunn@mail.ru, quznets@yahoo.com

Выражение вероятностей точечных событий октонионами дает уравнения движения, подобные уравнению Дирака.

Ключевые слова: уравнение Дирака, октонионы, точечные события, плотность вероятности.

Обозначим:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{x} := (x_1, x_2, x_3)\,,\\
&\underline{x} := \langle x_0, \mathbf{x}\rangle\,,\\
&\int d^{3+1}\underline{x} := \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx_3,\\
&\int d^3\mathbf{y} := \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy_2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy_3.
\end{aligned}$$

Если $A\,(x_0, \mathbf{x})$ – точечное событие, происходящее в точке $(x_0, \mathbf{x})$, и D – область пространства этих точек, то $A(D)$ означает $(A\,(x_0, \mathbf{x})\,\&\ll (x_0, \mathbf{x}) \in D \gg)$.

Пусть P – функция вероятности.

Я называю [1] *абсолютной плотностью* вероятности события A функцию $p_A\,(\underline{x})$ такую, что

$$\int\limits_D d^{3+1}\underline{x} \cdot p_A\,(\underline{x}) = \mathrm{P}\,(A\,(D))$$

для любой области D.

Если J – якобиан преобразования

$$\begin{aligned}
&x_0 \to x_0' = \frac{x_0 - v x_k}{\sqrt{1 - v^2}},\\
&x_k \to x_k' = \frac{x_k - v x_0}{\sqrt{1 - v^2}},\\
&x_j \to x_j' = x_j \quad \text{для} \quad j \neq 0, j \neq k,
\end{aligned} \tag{1}$$

где v вещественное число, такое что $|v| < 1$, то

$$J = \frac{\partial\,(x_0', x')}{\partial\,(x_0, x)} = 1.$$

Поэтому абсолютная плотность вероятности инвариантна относительно преобразований Лоренца.

Если

$$\rho_A\left(x_0,\mathbf{x}\right)=\frac{p_A\left(x_0,\mathbf{x}\right)}{\int d^3\mathbf{y}\cdot p_A\left(x_0,\mathbf{y}\right)},$$

то $\rho_A\left(x_0,\mathbf{x}\right)$ представляет *плотность распределения* вероятности A в момент x_0.

В преобразованиях (1):

$$\rho_A\left(x_0,\mathbf{x}\right)\rightarrow\rho'_A\left(x_0,\mathbf{x}\right)=\frac{p_A\left(x_0,\mathbf{x}\right)}{\int d^3\mathbf{y}\cdot p_A\left(x_0+v\left(y_k-x_k\right),\mathbf{y}\right)}.$$

Следовательно, ρ_A не инвариантна относительно этих преобразований.

Пусть событие $A\left(\underline{x}\right)$ таково, что ρ_A представляет нулевую компоненту некоторого 3+1-векторного поля $\underline{j}_A$ $\left(\underline{j}_A=\left(j_{A,0},\mathbf{j}_A\right)=\left(j_{A,0},j_{A,1},j_{A,2},j_{A,3}\right)\right)$. То есть найдутся вещественные функции $j_{A,k}\left(\underline{x}\right)$ такие, что:

$$\rho_A=j_{A,0}$$

и в преобразованиях (1):

$$\begin{aligned}
j_{A,0}&\rightarrow j'_{A,0}=\frac{j_{A,0}-vj_{A,k}}{\sqrt{1-v^2}},\\
j_{A,k}&\rightarrow j'_{A,k}=\frac{j_{A,k}-vj_{A,0}}{\sqrt{1-v^2}},\\
j_{A,s}&\rightarrow j'_{A,s}=j_{A,s}\quad\text{для}\quad s\neq k, s\neq 0.
\end{aligned}$$

Такие события я называю *прослеживаемыми*.

Для этих событий существуют [2] 4X1 комплексные матричные функции $\varphi\left(x_0,\mathbf{x}\right)$, такие что

$$\begin{aligned}
\rho_A&=\varphi^{\dagger}\varphi,\\
j_{A,r}&=-\varphi^{\dagger}\beta^{[r]}\varphi
\end{aligned}\tag{2}$$

здесь $(\beta^{[1]}, \beta^{[2]}, \beta^{[3]}, \beta^{[4]}, \gamma^{[0]})$ – клиффордова пентада [2].

Функции φ при некоторых несущественных ограничениях подчиняются [3] уравнению вида

$$\begin{pmatrix}
-\left(\partial_0+\mathrm{i}\Theta_0+\mathrm{i}\Upsilon_0\gamma^{[5]}\right)+\\
\sum\limits_{k=1}^{3}\beta^{[k]}\left(\partial_k+\mathrm{i}\Theta_k+\mathrm{i}\Upsilon_k\gamma^{[5]}\right)\\
+2\left(\mathrm{i}M_0\gamma^{[0]}+\mathrm{i}M_4\beta^{[4]}\right)
\end{pmatrix}\varphi+
\begin{pmatrix}
-\left(\partial_0+\mathrm{i}\Theta_0+\mathrm{i}\Upsilon_0\gamma^{[5]}\right)\\
-\sum\limits_{k=1}^{3}\zeta^{[k]}\left(\partial_k+\mathrm{i}\Theta_k+\mathrm{i}\Upsilon_k\gamma^{[5]}\right)\\
+2\left(-\mathrm{i}M_{\zeta,0}\gamma_{\zeta}^{[0]}+\mathrm{i}M_{\zeta,4}\zeta^{[4]}\right)
\end{pmatrix}\varphi+\tag{3}$$

$$+\begin{pmatrix}
\left(\partial_0+\mathrm{i}\Theta_0+\mathrm{i}\Upsilon_0\gamma^{[5]}\right)\\
-\sum\limits_{k=1}^{3}\eta^{[k]}\left(\partial_k+\mathrm{i}\Theta_k+\mathrm{i}\Upsilon_k\gamma^{[5]}\right)\\
+2\left(-\mathrm{i}M_{\eta,0}\gamma_{\eta}^{[0]}-\mathrm{i}M_{\eta,4}\eta^{[4]}\right)
\end{pmatrix}\varphi+
\begin{pmatrix}
-\left(\partial_0+\mathrm{i}\Theta_0+\mathrm{i}\Upsilon_0\gamma^{[5]}\right)\\
-\sum\limits_{k=1}^{3}\theta^{[k]}\left(\partial_k+\mathrm{i}\Theta_k+\mathrm{i}\Upsilon_k\gamma^{[5]}\right)\\
+2\left(\mathrm{i}M_{\theta,0}\gamma_{\theta}^{[0]}+\mathrm{i}M_{\theta,4}\theta^{[4]}\right)
\end{pmatrix}\varphi=0\,.$$

Здесь $(\zeta^{[1]}, \zeta^{[2]}, \zeta^{[3]}, \zeta^{[4]}, \gamma_{\zeta}^{[0]})$, $(\eta^{[1]}, \eta^{[2]}, \eta^{[3]}, \eta^{[4]}, \gamma_{\eta}^{[0]})$ и $(\theta^{[1]}, \theta^{[2]}, \theta^{[3]}, \theta^{[4]}, \gamma_{\theta}^{[0]})$ – клиффордовы пентады [2], Θ_k и Υ_k – вещественные, ведущие себя как калибровочные поля, а $M_{\theta,0}$, $M_{\theta,4}$, $M_{\eta,0}$, $M_{\eta,4}$, $M_{\zeta,0}$, $M_{\zeta,4}$, M_0, M_4 – тоже вещественные, аналогичны массовым членам уравнения Дирака.

Первое слагаемое этого уравнения:

$$\left(\begin{array}{c} -\left(\partial_0 + \mathrm{i}\Theta_0 + \mathrm{i}\Upsilon_0\gamma^{[5]}\right) + \\ \sum\limits_{k=1}^{3}\beta^{[k]}\left(\partial_k + \mathrm{i}\Theta_k + \mathrm{i}\Upsilon_k\gamma^{[5]}\right) \\ +2\left(\mathrm{i}M_0\gamma^{[0]} + \mathrm{i}M_4\beta^{[4]}\right) \end{array}\right)\varphi$$

соответствует лептонным состояниям [2, 4] (электрону и электронному нейтрино, или мюону и мюонному нейтрино и т. д.).

Остальные три слагаемых соответствуют кварковым состояниям [2, 3].

Далее в этой статье подобные уравнения получаются для абсолютной плотности вероятности без ограничений на эту функцию. Вывод таких уравнений требует алгебр Кэли-Диксона [5, 6]:

Пусть $1, \mathrm{i}, \mathrm{j}, \mathrm{k}, \mathrm{E}, \mathrm{I}, \mathrm{J}, \mathrm{K}$ представляют базисные элементы 8-мерной алгебры Кэли (*алгебры октонионов*) [5, 6]. Произведение элементов этой алгебры определяется следующим образом [5]:

1) для каждого базисного элемента e:

$$\mathrm{ee} = -1;$$

2) если u_1, u_2, v_1, v_2 – вещественные числа, то

$$(u_1 + u_2\mathrm{i})(v_1 + v_2\mathrm{i}) = (u_1v_1 - v_2u_2) + (v_2u_1 + u_2v_1)\,\mathrm{i};$$

3) если u_1, u_2, v_1, v_2 – числа формы $w = w_1 + w_2\mathrm{i}$ (w_s – вещественные числа, $s \in \{1, 2\}$, и $\overline{w} = w_1 - w_2\mathrm{i}$), то

$$(u_1 + u_2\mathrm{j})(v_1 + v_2\mathrm{j}) = (u_1v_1 - \overline{v}_2u_2) + (v_2u_1 + u_2\overline{v}_1)\,\mathrm{j} \tag{4}$$

и $\mathrm{k} := \mathrm{ij}$;

4) если u_1, u_2, v_1, v_2 – числа вида $w = w_1 + w_2\mathrm{i} + w_3\mathrm{j} + w_4\mathrm{k}$ (w_s – вещественные числа, $s \in \{1, 2, 3, 4\}$, и $\overline{w} = w_1 - w_2\mathrm{i} - w_3\mathrm{j} - w_4\mathrm{k}$), то

$$(u_1 + u_2\mathrm{E})(v_1 + v_2\mathrm{E}) = (u_1v_1 - \overline{v}_2u_2) + (v_2u_1 + u_2\overline{v}_1)\,\mathrm{E} \tag{5}$$

и

$$\mathrm{I} := \mathrm{iE}\ , \quad \mathrm{J} := \mathrm{jE}\ , \quad \mathrm{K} := \mathrm{kE}\ .$$

Следовательно, в соответствие с пунктом 2): поле вещественных чисел (**R**) расширяется до поля комплексных чисел (**C**), и в соответствии с пунктом 3): поле комплексных чисел расширяется до поля кватернионов (**K**), а пункт 4) расширяет поле кватернионов до поля октонионов (**Q**). Этот метод расширения полей называется *процедурой удвоения Диксона* [5].

Если

$$u = a + b\mathrm{i} + c\mathrm{j} + d\mathrm{k} + A\mathrm{E} + B\mathrm{I} + C\mathrm{J} + D\mathrm{K}$$

с вещественными a, b, c, d, A, B, C, D, то вещественное число

$$\|u\| := \sqrt{u\overline{u}} = \left(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + A^2 + B^2 + C^2 + D^2\right)^{0.5}$$

называется *нормой* октониона u [5].

Для всех октонионов u и v:

$$\|uv\| = \|u\|\,\|v\|\,. \tag{6}$$

Алгебры с этим условием называются *нормированными алгебрами* [5, 6].

Для любой пары октонионов u и v найдется единственным образом октонион s, такой, что если $u \neq 0$, то:

$$us = v\,. \tag{7}$$

Алгебры с этим условием называются *алгебрами с делением* [5, 6].

Кроме того, алгебра октонионов *альтернативна*, т. е. любая пара октонионов r и p подчиняется условию:

$$(r\overline{r})\,p = r\,(\overline{r}p)\,.$$

Обозначим: $z := x_0 + x_1\mathrm{i} + x_2\mathrm{j} + x_3\mathrm{k}$.

Пусть функции $u\,(z)$, $v\,(z)$, $w\,(z)$, $l\,(z)$, $U\,(z)$, $V\,(z)$, $W\,(z)$, $L\,(z)$ имеют вещественные значения, и пусть функция

$$\begin{aligned} f\,(z) :&= u\,(z) + v\,(z)\,\mathrm{i} + w\,(z)\,\mathrm{j} + l\,(z)\,\mathrm{k} \\ &+ U\,(z)\,\mathrm{E} + V\,(z)\,\mathrm{I} + W\,(z)\,\mathrm{J} + L\,(z)\,\mathrm{K} \end{aligned}$$

такова, что

$$\|f\,(z)\|^2 = p_A\,(\underline{x})\,.$$

Поскольку алгебра $\mathbf{Q}$ – алгебра с делением, то найдется октонионная функция $\wp\,(y_1, y_2)$, такая что для любых кватернионов z_1 и z_2:

$$f\,(z_2) = \wp\,(z_1, z_2)\,f\,(z_1)\,.$$

В частности,

$$f\,(z + \Delta z) = \wp\,(z, z + \Delta z)\,f\,(z)$$

с $\Delta z := \Delta x_0 + \Delta x_1\mathrm{i} + \Delta x_2\mathrm{j} + \Delta x_2\mathrm{k} \to 0$.

Отсюда:

$$f\,(z + \Delta z) - f\,(z) = \wp\,(z, z + \Delta z)\,f\,(z) - \wp\,(z, z)\,f\,(z)\,. \tag{8}$$

Обозначим:

$$\aleph\,(z, \Delta z) := \overline{\Delta z}\frac{(\wp\,(z, z + \Delta z) - \wp\,(z, z))}{\|\Delta z\|^2}.$$

Пусть функция f имеет частные производные по всем своим вещественным переменным: x_0, x_1, x_2, x_3.

В таком случае из (8):

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_0}\Delta x_0 + \frac{\partial}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}\Delta x_2 + \frac{\partial}{\partial x_3}\Delta x_3\right) f\,(z) = (\Delta z \aleph\,(z, \Delta z))\,f\,(z)\,. \tag{9}$$

Рассмотрим уравнение:

$$\Delta z \acute{O}\,(z, \Delta z) = \frac{\partial f\,(z)}{\partial x_0}\Delta x_0 + \frac{\partial f\,(z)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f\,(z)}{\partial x_2}\Delta x_2 + \frac{\partial f\,(z)}{\partial x_3}\Delta x_3 \tag{10}$$

с неизвестной $\acute{O}$.

Пусть вещественные r, α, β, γ таковы, что

$$\begin{aligned} \Delta x_0 &= r\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma, \\ \Delta x_1 &= r\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma, \\ \Delta x_2 &= r\cos\alpha\sin\beta, \\ \Delta x_3 &= r\sin\alpha. \end{aligned}$$

В таком случае уравнение (10) имеет следующее решение:

$$\acute{O}\left(z,\Delta z\right)=$$
$$\left(\begin{array}{c}\left(\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_0}\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\\-\left(\mathrm{i}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_1}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\\-\left(\mathrm{j}\cos\alpha\sin\beta\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_2}\cos\alpha\sin\beta-\left(\mathrm{k}\sin\alpha\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_3}\sin\alpha\end{array}\right)+$$
$$\left(\begin{array}{c}-\left(\mathrm{i}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_0}\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\\+\left(\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_1}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\\-\left(\mathrm{k}\sin\alpha\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_2}\cos\alpha\sin\beta-\left(\mathrm{j}\cos\alpha\sin\beta\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_3}\sin\alpha\end{array}\right)+\tag{11}$$
$$\left(\begin{array}{c}-\left(\mathrm{j}\cos\alpha\sin\beta\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_0}\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma-\left(\mathrm{k}\sin\alpha\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_1}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\\+\left(\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_2}\cos\alpha\sin\beta-\left(\mathrm{i}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_3}\sin\alpha\end{array}\right)+$$
$$\left(\begin{array}{c}-\left(\mathrm{k}\sin\alpha\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_0}\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma-\left(\mathrm{j}\cos\alpha\sin\beta\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_1}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\\-\left(\mathrm{i}\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_2}\cos\alpha\sin\beta+\left(\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\right)\dfrac{\partial f\left(z\right)}{\partial x_3}\sin\alpha\end{array}\right).$$

Отсюда, из (9) и из (10) при

$$\begin{aligned}\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}&:=\mathrm{i}\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma},\\\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}&:=\mathrm{j}\frac{\sin\beta}{\cos\beta\cos\gamma},\\\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}&:=\mathrm{k}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}&:=\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\frac{\partial}{\partial x_0},\\\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}&:=\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma\frac{\partial}{\partial x_1},\\\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}&:=\cos\alpha\sin\beta\frac{\partial}{\partial x_2},\\\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}&:=\sin\alpha\frac{\partial}{\partial x_3}\end{aligned}$$

получается:

$$\left(\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}\right)+$$
$$\left(-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}+\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}\right)+\tag{12}$$

$$\left(-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}+\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}\right)+$$
$$\left(-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}+\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}\right)=$$
$$=\frac{\aleph}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}$$

Поскольку $\aleph =$ октонион, то найдутся вещественные G_0, G_1, G_2, G_3 и m_0, m_1, m_2, m_3, такие что:

$$\frac{\aleph}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}:=G_0+G_1\mathrm{i}+G_2\mathrm{j}+G_3\mathrm{k}+m_0\mathrm{E}+m_1\mathrm{I}+m_2\mathrm{J}+m_3\mathrm{K}.$$

В таком случае уравнение (12) дает следующую формулу:

$$\begin{pmatrix}\left(\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}-G_0\right)-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}+G_1\frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}\right)\\ -\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}+G_2\frac{\cos\beta\cos\gamma}{\sin\beta}\right)-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}+G_3\frac{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}{\sin\alpha}\right)\\ -m_0\mathrm{E}\end{pmatrix}+$$
$$\left(-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}+\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}-m_1\mathrm{I}\right)+ \tag{13}$$
$$\left(-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}+\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}-m_2\mathrm{J}\right)+$$
$$\left(-\mathrm{k}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_0}-\mathrm{j}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_1}-\mathrm{i}_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_2}+\frac{\partial_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x_3}-m_3\mathrm{K}\right)=0.$$

Понятно, что это уравнение, так же как уравнение (3), представляет обобщенное уравнение Дирака.

Литература

[1] G. Quznetsov, *Logical Foundation of Theoretical Physics*, Nova Sci. Publ., NY (2006), p. 105
[2] G. A. Quznetsov, Progress in Physics, **v. 3**, (2009), pp. 32–40
[3] G. A. Quznetsov, Progress in Physics, **v. 2**, (2009), pp. 96–106
[4] G. Quznetsov, *Probabilistic Treatment of Gauge Theories* in series Contemporary Fundamental Physics. ed. V. Dvoeglazov, Nova Sci. Publ., NY (2007), pp. 95–117
[5] М. Л. Кантор, А. С. Солодовников, *Гиперкомплексные числа*, М., (1973)
[6] О. В. Мельников, В. Н. Ремесленников, и др., *Общая алгебра*, М., (1990), p. 396

Octonions and Moving Equations of Probabilities

G. A. Quznetsov

Chelyabinsk State University, Russia
gunn@mail.ru, quznets@yahoo.com

The expression of pointlike event probabilities in terms of octonions gives moving equations, which are similar to Dirac's equations.

Key-words: Dirac equation, octonions, pointlike event, probability density.

PACS: Probability theory, 02.50.Cw, Dirac equation 03.65.Pm, Algebraic methods in quantum mechanics, 03.65.Fd