

Г. Ю. Богословский, В. О. Гладышев,
Д. Г. Павлов

ФИНСЛЕРОВА ГЕОМЕТРИЯ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

4–5 мая 2009 года в Москве в МГТУ им. Н.Э. Баумана и в наукограде Фрязино прошли мероприятия, посвященные презентации Научно-исследовательского института гиперкомплексных систем в геометрии и физике [1].

Создание нового НИИ стало закономерным этапом многолетней деятельности физиков-теоретиков и математиков из различных стран в области гиперкомплексных алгебр, связанных с ними финслеровых геометрий и их физических приложений.

Основными целями Института являются научные исследования в направлении изучения анизотропных свойств пространства-времени и построение новой теории фундаментальных взаимодействий на основе перехода от метрики Минковского к финслеровой метрической функции Бервальда–Моора, связанной с четвертыми степенями дифференциалов компонент.

К важным экспериментальным предпосылкам возможных отличий реального пространства-времени от геометрии Минковского можно отнести результаты наблюдений за астрономическими объектами на космологических расстояниях, которые демонстрируют анизотропию свойств, характерную для финслеровых пространств. Среди работ, выявляющих анизотропию в масштабе Вселенной, можно указать исследования закономерностей в распределении собственных окружных движений квазаров [2], обнаружение неравноправности направлений в распределении параметра Хаббла по небосводу [3], а также открытие анизотропии реликтового космического микроволнового излучения (программа “Реликт” в Институте космических исследований [4] и серия экспериментов на спутниках “COBE” [5] и WMAP [6], сделанных в НАСА).

В качестве нового теоретического подхода сотрудники Института используют финслеровы пространства с метрической функцией Бервальда–Моора. Исследователи рассчитывают, что предельный переход от этих пространств к псевдоримановым пространствам общей теории относительности откроет путь для использования бесконечномерных групп нелинейных непрерывных симметрий соответствующей финслеровой геометрии для более полного описания наблюдаемых свойств реального пространства-времени. Заметим, что в пространстве Минковского группа конформных преобразований имеет всего 15 независимых параметров, что сужает возможности применений следствий теоремы Нетер, связывающей непрерывные симметрии уравнений Лагранжа–Эйлера с физическими законами сохранения. С другой стороны, использование непрерывных симметрий пространства-времени с метрикой Бервальда–Моора в сочетании с теоремой Нетер содержит в себе большой эвристический потенциал, в том числе, для перспектив развития квантовой механики, которая оперирует совсем иными группами симметрий, чем содержатся в пространстве Минковского.

С текущим состоянием исследований в области финслеровых пространств с метрикой Бервальда–Моора и связанных с ними гиперкомплексных алгебр можно ознакомиться по сборнику статей [7].

Финслерова геометрия является геометрией метрических пространств, обладающих внутренней локальной анизотропией, т.е. пространств, метрика которых не сводится к квадратичной форме дифференциалов координат. На существование таких пространств обратил внимание еще Риман в своей знаменитой лекции “О гипотезах, лежащих в основании геометрии”. Однако, только 50 лет спустя в диссертации Финслера были сделаны первые шаги по их систематическому изучению. Впоследствии, благодаря исследованиям Синга, Вагнера, Бервальда, Картана, Буземана, Рунда, Матсумото и других, финслерова геометрия приобрела статус самостоятельной ветви дифференциальной геометрии. С современной точки зрения классическая финслерова геометрия есть геометрия векторных расслоений над многообразиями.

Однако, возможен и принципиально иной подход, во всяком случае, в отношении некоторых финслеровых пространств, в том числе и для пространства с метрикой Бервальда–Моора. Концептуально этот подход был изложен еще в знаменитой Эрлангенской программе Феликса Клейна. Согласно его идее, геометрии — это ни что иное, как следствия конкретных наборов групп симметрий.

В последующем программа Клейна потеряла свою актуальность из-за того, что широко используемая псевдориманова геометрия пространства-времени особым разнообразием непрерывных симметрий не отличалась. Но, возможно, вновь наступает время вернуть симметриям их фундаментальную роль, причем не только на локальном, но и на глобальном уровне. Если это удастся в модифицированной на основе финслеровой геометрии теории гравитации и электромагнетизма, известные проблемы ОТО с глобальными законами сохранения будут решены.

До недавнего времени попытки использовать формализм финслеровой дифференциальной геометрии в теоретической физике носили лишь эпизодический характер, но в последние годы ситуация в этом отношении заметно изменилась. Помимо таких традиционных областей как теория анизотропных сред и лагранжева механика, классическая финслерова геометрия и ее обобщения нашли широкое применение при решении проблем оптимизации, при описании хаотических систем, в статистической физике и термодинамике, в экологии и в теории эволюции биологических систем, в описании внутренней симметрии адронов, в теории пространства-времени и гравитации, а также в единых калибровочных теориях поля.

Отметим, что исторически сложились два альтернативных подхода к финслеровой геометрии — Картана и Буземана. При этом в большинстве прикладных исследований (особенно тех, которые касались структуры пространства-времени) использовался картановский подход. Хотя в рамках картановского подхода сохраняется лемма Риччи, что открывает возможность для использования аппарата финслеровой дифференциальной геометрии в теориях типа Калуцы–Клейна, сам этот подход отличается большим разнообразием возможных структур и возникающей вследствие этого проблемой идентификации новых (по сравнению с римановой геометрией) элементов структуры с физическими наблюдаемыми. Существование такой проблемы видно уже из того, что в простейшем случае финслеров метрический тензор зависит не только от точек основного многообразия, но и от значения локальных скоростей. Соответственно, физические поля в картановском финслеровом пространстве, помимо пространственно-временных координат, оказываются, вообще говоря, зависящими от этих скоростей. Данное обстоятельство сильно осложняет физическую интерпретацию картановских финслеровых метрик. Поэтому заранее не ясно, является ли использование подобных метрик чисто формальным приемом, или же реальное пространство-время действительно обладает финслеровой геометрией.

Впервые физические аспекты указанной проблемы привлекли к себе внимание, когда пришло осознание того, что в рамках модели локально изотропного (риманова) пространства-времени невозможно реализовать принцип Маха для пробного тела. Согласно этому принципу, способность тела сопротивляться ускорению, т.е. его инертность, должна зависеть от распределения и движения внешней (по отношению к телу) материи. Другими словами, инертная масса тела, входящая, например, во второй закон Ньютона, должна являться не скаляром, а тензором [8]. Таким образом, открытие анизотропии инертности стало бы прямым указанием на локальную анизотропию пространства. Эксперименты, поставленные с этой целью [9, 10] привели к верхней границе искомой анизотропии на уровне 10^{-23} . Столь сильное ограничение существенно снизило интерес к проблеме локальной анизотропии и вплоть до настоящего времени рассматривается многими исследователями как факт, свидетельствующий в пользу локальной изотропии 3D пространства. Вместе с тем, было отмечено [11, 12] что в качестве надежной верхней границы анизотропии следует рассматривать значение 10^{-10} , полученное путем измерения поперечного эффекта Доплера с помощью эффекта Мессбауэра [13, 14].

В последние годы интерес к проблеме локальной анизотропии пространства-времени стал заметно расти. С одной стороны этому способствовало создание струнно-мотивированной феноменологической теории, известной как Расширенная Стандартная Модель сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий, или SME [15], а с другой — требующие единого объяснения данные астрофизических наблюдений и, в частности, анизотропия реликтового излучения, ускоренное расширение Вселенной, аномальное поведение кривых дифференциального вращения спиральных галактик.

В рамках SME локальная анизотропия пространства возникает за счет реликтового векторного конденсата, заполняющего пространство и взаимодействующего с фундаментальными полями лоренц-ковариантным образом. В результате, наличие такого конденсата ведет к нарушению активной лоренцевой инвариантности. При этом локальная лоренцева симметрия (и, соответственно, изотропия) приобретают смысл не строгой, а лишь приближенной пространственно-временной симметрии. Вместе с тем, принцип относительности Эйнштейна требует, чтобы пространство событий обладало бы строгой релятивистской симметрией. Нарушение лоренцевой симметрии при сохранении релятивистской симметрии означает, что группа релятивистской симметрии должна отличаться от группы Лоренца и включать в себя так называемые обобщенные лоренцевы преобразования. Как оказалось, такие преобразования действительно существуют, а соответствующее плоское пространство событий, чью группу изометрий они представляют, обобщает пространство Минковского специальной теории относительности и является финслеровым пространством с частично нарушенной 3D изотропией. Отметим еще, что физическим источником локальной анизотропии пространства теперь уже служит не реликтовый векторный конденсат SME, а релятивистски инвариантный аксиально-симметричный фермион-антифермионный конденсат, возникающий в процессе перестройки вакуума при спонтанном нарушении исходной калибровочной симметрии и играющий роль, аналогичную роли конденсата Хиггса в Стандартной Модели.

В итоге можно сказать, что именно сочетание принципа относительности Эйнштейна и геометрических идей Буземана, согласно которым в качестве естественной локально анизотропной метрики рассматривается метрика плоского финслерова пространства, привело к жизнеспособному финслерову обобщению релятивистской теории [16–19]. Недавно основные результаты, полученные в рамках такого обобщения и связанные с частичным нарушением 3D изотропии, были воспроизведены с помощью методов непрерывных деформаций алгебр Ли и нелинейных реализаций [20]. При этом соответствующая неоднородная группа финслеровых изометрий получила название $DISIM_b(2)$, где параметр b имеет смысл величины локальной анизотропии пространства-времени.

Отметим наконец, что по ходу финслерова обобщения релятивистской теории, помимо частично анизотропной, была найдена финслерова метрика, описывающая плоское релятивистски инвариантное пространство событий с полностью нарушенной 3D изотропией [21]. Физическим источником такой анизотропии является трехбозонный (трехглюонный) конденсат, возможность образования которого была недавно исследована Б.А. Арбузовым. Тот факт, что обе плоские финслеровы метрики зависят от параметров, определяющих локальную анизотропию, позволяет превратить эти метрики в метрики, описывающие соответствующие искривленные финслеровы пространства. Для этого достаточно сделать параметры, от которых они зависят, функциями пространственно-временной точки. В результате динамика любого из двух типов искривленных финслеровых пространств будет полностью определяться динамикой соответствующей системы, состоящей из обычных взаимодействующих полей, а именно, гравитационного поля, полей материи и полей, которые берут свое начало от исходных параметров и поэтому несут всю информацию об анизотропии в любой пространственно-временной точке.

Указанный подход к финслерову расширению общей теории относительности позволяет ограничиться методами обычной лагранжевой теории поля и тем самым обойти известные трудности, связанные с картановским подходом. Важно также, что все три метрики, обладающие локальной релятивистской симметрией, т.е. риманова и две финслеровы (с частичной и полной локальной анизотропией) удовлетворяют принципу соответствия. Это, в свою очередь, приводит к гибридной геометрической модели, в рамках которой пространство-время может находиться не только в состоянии, описываемом римановой геометрией, но еще и в состояниях описываемых финслеровой геометрией.

Переходы между различными метрическими состояниями пространства-времени имеют смысл фазовых переходов в его геометрической структуре. Эти переходы вместе с эволюцией каждого из возможных метрических состояний составляют общую картину динамики пространственно-временного многообразия. Хотя исследования в данном направлении еще далеко не закончены, есть все основания полагать, что они представляют собой серьезную альтернативу тем исследованиям, в которых используется гипотеза темной материи и энергии.

Здесь можно напомнить, что понятие скрытой массы давно известно широкому кругу астрономов [22]. Предположение о существовании невидимой короны у галактик следует из более медленного убывания скорости вращения галактик и спутников галактик с

радиусом, чем по закону $r^{-1/2}$, который должен выполняться исходя из распределения плотности светящегося вещества. Альтернативой для объяснения скрытой массы являются элементарные частицы, имеющие массу покоя и слабо взаимодействующие между собой и с видимым веществом, в частности, нейтрино, свойства которых (масса покоя, скорость) до сих пор не установлены.

С другой стороны, исследователи полагают, что анизотропные свойства пространства можно обнаружить не только в астрономических наблюдениях, но и в лабораторных экспериментах. Можно предположить, что существует связь между нелинейными процессами взаимодействия электромагнитного излучения с движущейся средой и причиной, порождающей анизотропию реликтового микроволнового излучения, источником которой, возможно, является геометрия пространства. Если эта связь существует, то анизотропия может иметь проявление в экспериментах оптики движущихся сред с изменением пространственной ориентации [23]. Кроме того, можно рассчитывать на обнаружение анизотропии при наземной регистрации сигналов, имеющих космическое происхождение, таких как вспышки сверхновых [24, 25], а также в гравитационных экспериментах со свободными массами при наблюдениях за колебаниями ядра Земли [26, 27].

Перечисленным направлениям исследований были посвящены приглашенные доклады участников презентации, проходившей по принципу научной конференции: пленарные доклады и круглые столы, посвященные обсуждению конкретных проблем.

Задачей организаторов было привлечь коллег из близких по тематике научных коллективов к обсуждению ключевых проблем в области интересов нового Института.

О том, что круг заявленных проблем вызывает широкий интерес свидетельствовало участие в презентации более 120 ученых, представляющих научные коллективы из 15 городов России, а также США, Великобритании, Румынии, Италии, Украины, Узбекистана. Среди участников Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, Институт Общей физики РАН, Институт космических исследований РАН, Российский научный центр "Курчатовский институт", Астрокосмический центр ФИАН им. П.Н. Лебедева РАН, Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга МГУ им. М.В. Ломоносова, Московский физико-технический институт (Государственный университет), Московский авиационный институт (технический университет) и многие другие.

С поздравлениями на торжественной части официальной презентации Института выступили директор Института ядерных исследований РАН, академик-секретарь отделения общей физики и астрономии РАН В.А. Матвеев; зав. каф. физики МГТУ им. Н.Э. Баумана профессор А.Н. Морозов; научный сотрудник Ливерпульского университета Питер Роланс (Department of Physics, University of Liverpool, Oliver Lodge Laboratory, UK); профессор Бухарестского университета Владимир Балан (University Politehnica of Bucharest, Faculty of Applied Sciences, Department of Mathematics, Romania); руководитель семинара по темпорологии МГУ им. М.В. Ломоносова А.П. Левич; профессор Rodgero Mario Sancillio (President Institute For Basic Research, Palm Harbor, USA.). С поздравлениями также выступили представитель Министерства РФ по атомной энергии П.Д. Сухаревский и вице-мэр наукограда Фрязино А.Г. Михальченко, представитель отечественного бизнеса В.А. Копылов.

Открывая официальную часть презентации НИИ проф. А.Н. Морозов обратил внимание участников, что, видимо, не случайно мероприятие, посвященное созданию Института, проходит в стенах технического университета. Это вселяет надежды, что работа сотрудников Института нацелена не только на проработку теоретических вопросов, но и на решение экспериментальных задач, и что по прошествии какого-то времени деятельность Института приведет к созданию новых технических устройств, машин и приборов, которые войдут в нашу повседневную жизнь. Возможно, именно в расчете на такое развитие событий проведение презентации Института вызвало отклик в средствах общественной информации [28].

Академик В.А. Матвеев, подчеркнул, что в день презентации нового Института ему приятно находиться в стенах знаменитого Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана. Он передал самые теплые поздравления от коллег из Отделения физических наук Российской академии наук, пожелал Институту становления и роста, сотрудникам многих лет успешной работы, а также выразил уверенность, что исследования на стыках разных наук (физики, геометрии, математики, механики, астрономии, биологии) ждут большие и интересные результаты.

Во вступительной части презентации была дана краткая характеристика деятельности НИИ. Институт юридически был зарегистрирован менее года назад, однако, его создание является закономерным этапом многолетней деятельности физиков-теоретиков и математиков из различных стран в области гиперкомплексных алгебр, связанных с ними финслеровых геометрий и их физических приложений.

В настоящее время коллектив Института насчитывает 26 сотрудников и еще около сотни физиков и математиков со всего мира принимают участие в его исследованиях. Созданы лаборатории финслеровой геометрии (руководитель Г.Ю. Богословский), нелинейных динамических систем (руководитель В.А. Панчелюга), оснований математики (руководитель А.В. Малыхин), математического моделирования (руководитель Е.А. Шарандин).

В период с 2000 года сотрудниками НИИ опубликовано несколько сот научных работ. Подготовлены к печати две монографии, изданы сборники избранных научных трудов. В 2007 г. получен двухлетний грант РФФИ, предоставленный совместно Российской академии наук и Румынской академией наук в области математики “Финслеровы пространства с m -корневыми метриками и скалярными полипроизведениями”.

Сотрудники института выступали с докладами по финслеровой геометрии с метрикой Бервальда–Моора на десятках конференций и семинаров, проводившихся в России, Азербайджане, Англии, Венгрии, Германии, Египте, Индии, Казахстане, Румынии, США, Узбекистане, Франции.

Институт участвует в организации Международных конференций “Физические интерпретации теории относительности” совместно с МГТУ им. Н.Э. Баумана, Ливерпульским и Сандерлэндским Университетами (Великобритания) и “Финслеровы расширения теории относительности”. Традиционно в конференциях принимают участие представители ведущих научных школ в области финслеровой геометрии из Англии, Венгрии, Румынии, Китая и США. В рамках этих конференций происходит не только обмен информацией, но и привлечение к исследованиям физиков и математиков из других областей естествознания.

Конференции “Финслеровы расширения теории относительности (FERT)” проводятся в России и в Египте с 2004 года. Эмблемой конференции стали две Великие пирамиды, соединенные своими вершинами, — символ, связанный с симметрией четырехмерного финслерова пространства на основе метрики Бервальда–Моора. За последние пять лет сотрудниками Института организованы пять Международных конференций в Москве и Каире (Египет) [29–31].

В 2008 году сотрудники Института приняли участие в организации и проведении Российско-итальянского рабочего совещания “На пути к новому поколению гравитационно-волновых детекторов”, работу которого от МГТУ им. Н.Э. Баумана возглавлял академик РАН В.И. Пустовойт. Совещание проводилось в МГУ им. М.В. Ломоносова и МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с Институтом ядерных исследований РАН (академик В.А. Матвеев), Государственным астрономическим институтом им. П.К. Штернберга (академик А.М. Черепашук, проф. В.Н. Руденко) и Римской секцией Национального института ядерной физики (проф. Ф. Риччи, Италия).

Совещание было посвящено проблеме создания отечественного лазерного интерферометра нового поколения для регистрации гравитационных волн — одному из возможных проявлений анизотропии пространства.

Сотрудниками Института созданы и поддерживаются сайты www.polynumbers.ru и www.hyper-complex.ru, выпускается специализированный научный журнал “Гиперкомплексные числа в геометрии и физике”, проводятся ежемесячные научные семинары и ежегодные конкурсы студенческих научных работ, поощряемые именными стипендиями, создан и обновляется видеоархив докладов и научно-популярных фильмов об особенностях финслеровой геометрии.

Совместно с Международным фондом развития исследований в области финслеровой геометрии (председатель Д.Г. Павлов) учреждены специальные премии, в частности, за построение объединенной теории электромагнитного и гравитационного полей на основе 4-мерного пространства с метрикой Бервальда–Моора, а также за исследования особых преобразований в пространстве Чернова.

С 2008 года на базе научно-учебного центра “Лесное озеро” в г. Фрязино Московской области проводится ежегодная школа для молодых ученых, аспирантов физико-математических факультетов и студентов по основам финслеровой геометрии. В рамках этой школы читаются курсы лекций как по самой финслеровой геометрии, так и по

сопутствующим предметам: теория функций комплексной переменной, риманова геометрия, дифференциальная геометрия, тензорный анализ, фракталы, специальная теория относительности, современные проблемы общей теории относительности.

Занятия ведут профессора из МГТУ им. Н.Э. Баумана, МГУ им. М.В. Ломоносова, Государственного университета гражданской авиации, Самарского аэрокосмического университета, Института теоретической и экспериментальной биофизики РАН, Бухарестского политехнического университета (Румыния), Трансильванского университета (Брасов, Румыния), Международного Института Global Scaling (Мюнхен, Германия), Национального фонда науки (США).

Среди ближайших основных задач, стоящих перед Институтом:

- поиск соответствия между финслеровой геометрией с метрикой Бервальда–Моора и псевдоримановой геометрией общей теории относительности;
- построение полной классификации метрических инвариантов 4-х мерных финслеровых пространств с метрикой Бервальда–Моора и изучение связанных с ними групп и n -групп непрерывных нелинейных симметрий;
- построение теории функций двойной переменной, дополняющей известную теорию функций комплексной переменной;
- расширение теории функций двойной переменной на произвольные по размерности коммутативно-ассоциативные гиперкомплексные алгебры;
- построение многомерных гиперкомплексных алгебраических фракталов, обобщающих известные множества Мандельброта и Жулия, возникающие на комплексной плоскости;
- развитие геометрической теории, объединяющей гравитационное и электромагнитное поля в 4-х мерном пространстве с метрикой Бервальда–Моора;
- поиск вариантов совместимости принципов квантовой механики с геометрией пространств с метрикой Бервальда–Моора;
- проведение экспериментов и астрофизических наблюдений с целью обнаружения анизотропных свойств геометрии реального пространства-времени.

Научные исследования и Международные конференции, организуемые НИИ ГСГФ, поддерживаются Объединенным физическим обществом Российской Федерации; Московским физическим обществом; Российским гравитационным обществом; Гиперкомплексным обществом РФ; Международным гравитационным обществом (ISGR&G); Балканским обществом геометров; Британским обществом философии науки.

Деятельность НИИ Гиперкомплексных систем протекает в тесном взаимодействии с кафедрой физики МГТУ им. Н.Э. Баумана, с кафедрой алгебры и геометрии Трансильванского университета (Брасов, Румыния) и кафедрой математики Политехнического университета (Бухарест, Румыния). Плодотворное сотрудничество в области физических интерпретаций и расширения теории относительности осуществляется с Лабораторией Оливера Лоджа Физического факультета Ливерпульского университета (Великобритания), НИИ ядерной физики МГУ им. М.В. Ломоносова, кафедрой теоретической физики Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Широкое международное сотрудничество предьявляет к деятельности Института высокий уровень требований. В своем напутствии Институту академик РАН В.Г. Кадышевский подчеркнул “Чтобы разработки Института стали общепризнанными, необходимо выполнять их на самом высоком современном уровне и не упускать из вида необходимость их экспериментальной проверки”. Для плодотворной деятельности Институт, безусловно, должен удовлетворять данному требованию.

С этой целью сотрудники Института обсуждают основные направления своих работ в личных встречах с крупными учеными и организаторами науки. Среди них: академики РАН Владимир Кадышевский (ОИЯИ, Россия), Виктор Матвеев (ИЯИ, Россия), математики Михаил Громов (ИНР, Франция), Луис Кауфман (Иллинойский университет, США), Жонгмин Шен (Национальный фонд науки, США), физики Роджер Пенроуз (Оксфорд, Англия) и Гарри Гиббонс (Кембридж, Англия).

Проведенная презентация показала, что тематика исследований Института вызывает широкий интерес и поддержку у многих исследователей, круглые столы позволили обсудить наиболее перспективные направления теоретических и экспериментальных исследований и договориться о проведении совместных работ. Остается надеяться, что следующие за презентацией два международных мероприятия (конференция PIRT-09 в июле 2009 г. и FERT-09 в октябре 2009 г.) продемонстрируют новый уровень международного сотрудничества в изучении анизотропных свойств пространства-времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. http://www.hyper-complex.ru
2. Macmillan D. S. Quasar Apparent Proper Motion Observed by Geodetic VLBI Networks. NVI, Inc., arXiv: astro-ph/0309826.
3. McClure M. L., Dyer C. C. Anisotropy in the Hubble constant as observed in the HST Extragalactic Distance Scale Key Project results., arXiv: astro-ph/0703516.
4. Струков И. А. и др. // Письма в Астрон. Журн. – 1992. – Т. 18. – С. 387.
5. Smoot G. F. et.al. // *Astrophys. J.* – 1992. – V. 396, L1.
6. Hinshaw G., Nolte M. R., Bennett C. L., Bean R., Doré O., Greason M. R., Halpern M., et al. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Temperature Analysis // *The Astrophysical Journal Supplement Series.* – Vol. 170, Issue 2. – P. 288–334.
7. Space-Time Structure. Algebra and Geometry // D.G. Pavlov, Gh. Atanasiu, V. Balan (eds.). – Moscow: Lilia-Print, 2007. – 528 pp.
8. <http://hypercomplex.xpsweb.com/articles/280/en/pdf/00-book.pdf>.
8. Cocconi G and Salpeter E. // *Nuovo Cimento.* – 1958. – V. 10. – P. 646.
9. Beltran-Lopez V., Robinson H. G. and Hughes V. W. // *Bull. Am. Phys. Soc.* – 1961. – V. 6. – P. 424.
10. Drever R. W. P. // *Phil. Mag.* – 1961. – V. 6. – P. 683.
11. Epstein S. T. // *Nuovo Cimento.* – 1960. – V. 16. – P. 587.
12. Bogoslovsky G. Yu. // *Nuovo Cimento B.* – 1983. – V. 77. – P. 181.
13. Champeneu D. C., Isaak G. R. and Khan A. M. // *Phys. Lett.*, – 1963. – V. 7. – P. 241.
14. Isaak G. R. // *Phys. Bull.* – 1970. – V. 21. – P. 255.
15. Colladay D., Kostelecky A. // *Phys. Rev., D.* – 1998. – V. 58. 116002.
16. Богословский Г. Ю. // *ДАН СССР.* – 1973. – Т. 213. – P. 1055.
17. Богословский Г. Ю. // *Письма в ЖЭТФ.* – 1976. – Т. 23. – С. 192.
18. Bogoslovsky G. Yu. // *Phys. Lett.* – 2006. – V. 350A. – P. 5.
19. Богословский Г. Ю. Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. – 2008. – Т. 5. – № 1 (9). – С. 18.
20. Gibbons G. W., Gomis J. and Pope C. N. // *Phys. Rev.* – 2007. D76, 081701(R).
21. Bogoslovsky G. Yu., Goenner H. F. // *Phys. Lett.* – 1998. A244. – P. 222.
22. *Физика космоса.* – М.: Советская энциклопедия. – 1986. – 784 с.
23. Гладышев В. О., Гладышева Т. М., Дашко М., Трофимов Н., Шарандин Е. А. Анизотропия пространства скоростей электромагнитного излучения в движущихся средах // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике.* – 2006. – Т. 3. – № 2 (6). – С. 173–187.
24. Pizzella G. // *Nuovo cim. C.* – 1992. – V. 15. – No 6. – P. 931–941.
25. Gladyshev V. O. A possible explanation for the delay in detecting an astrophysical signal by using ground-based detectors // *J. Moscow Phys. Soc.* – 1999. – V. 9. – No 1. – P. 23–29.
26. Grishchuk L. Kulagin V. Rudenko V. Serdobolskii A. Gravitational studies with laser beam detectors of gravitational waves // *Class. Quantum Grav.* – 2005. – V. 22. – No 2995. – P. 245–269.
27. Gusev A. V., Manukin A. B., Rudenko V. N. et.al. Fundamental problems in Metrology. Geophysical noise in the Virgo gravitational antenna // *Measurement Techniques.* – 2009. – Vol. 52, No. 2. (translated from *Izmeritel'naya Tekhnika*, Feb. 2009. – No. 2. – P. 3–6.

28. <http://www.mospravda.ru/news/4531/>,
http://www.5ballov.ru/news/hs_news/2009/04/30/62280,
http://www.mk.ru/social/education/268903.html?phrase_id=154925
29. Г л а д ы ш е в В. О., П а в л о в Д. Г. Конференция “Число, время, относительность-2004”// Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. – 2004. – № 2. – С. 3–5.
30. П а в л о в Д. Г., С и п а р о в С. В. Вторая Международная конференция “Финслеровы расширения теории относительности”, Каир, 4–10 ноября 2006 г. // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. – 2006. – Т. 3. – № 2(6). – С. 3–5.
31. Г л а д ы ш е в В. О. Финслеровы обобщения теории относительности: глобальная анизотропия Вселенной // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”. – 2009. – № 1. – С. 117–126.

Статья поступила в редакцию 17.06.2009