ОБ ОДНОВРЕМЕННОСТИ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИЗОТРОПИИ В ФИНСЛЕРОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Р. Г. Зарипов

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань, Россия
zaripov@mail.knc.ru

Обсуждается вопрос об одновременности разноместных событий и перехода между стандартной синхронизацией часов по Пуанкаре и нестандартной синхронизацией часов по Рейхенбаху-Грюнбауму. Приводится метрическая функция для финслерова пространства-времени с пространственной изотропией со стандартной синхронизацией часов и находятся новые преобразования времени и координат в векторном виде.

1. Введение

А. Пуанкаре в своей фундаментальной статье [1] в 1898 году по физическим основам временных отношений в трехмерном пространстве Евклида впервые после И. Ньютона раскрыл содержание понятия одновременности в инерциальной системе отсчета с причинно-следственными связями между разноместными событиями. В качестве взаимосвязи используется световой сигнал, являющийся наиболее быстрым процессом установления причинной цепи (или передачи информации) в отличие от ньютоновской механики, где полагается наличие бесконечной скорости передачи сигнала.

Рассмотрим подробное изложение процедуры синхронизации часов в инерциальной системе отсчета. Пусть в глобальном трехмерном пространстве происходят события в точке A начала координат с $\boldsymbol{r}=0$ и произвольной точке B с $\boldsymbol{r}=(x,y,z)$ для твердого тела длиной $|\boldsymbol{r}|$. В этих точках координация во времени определяется показаниями часов, а координация в пространстве – масштабами расстояния при помощи линеек. Установим отношение метрической одновременности разноместных событий *по определению* в виде равенства для координатных времен

$$t^B(\boldsymbol{r}) = t_1^A(0) + \frac{1}{2}\left[t_2^A(0) - t_1^A(0)\right], \tag{1}$$

где $t_1^A(0)$ – время отправления сигнала из точки A, $t^B(\boldsymbol{r})$ – время прибытия сигнала в точку B, $t_2^A(0)$ – время прибытия сигнала, мгновенно отраженного от точки B в точку A. Тем самым достигается стандартная синхронизация часов с единым временем в этих точках, которая означает равенство времени $t^B(\boldsymbol{r})$ значению времени, определяемому величиной $\left[t_1^A(0)+t_2^A(0)\right]/2$ посередине временного интервала $\left[t_2^A(0)-t_1^A(0)\right]$ для причинно-несвязанных событий или среднему арифметическому от моментов времен в точке A. События с этими значениями времен являются абсолютно одновременными *по определению*. Синхронность часов будет удовлетворять во первых условию симметричности относительно точек A и B, во вторых условию транзитивности относительно трех точек и в третьих, согласно опыту, условию постоянства "средней" скорости света вдоль замкнутого пути

$$t_2^A(0) - t_1^A(0) = \frac{2|\boldsymbol{r}|}{c_0} \tag{2}$$

с $c_0 = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек. По Пуанкаре синхронизация часов происходит в евклидовом пространстве с $|\boldsymbol{r}| = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2}$, то есть также *по определению* полагается равенство масштабов расстояния, измеряющих длину твердого тела в прямом и обратном направлениях.

Таким образом, согласно (1) с учетом (2), имеет место соотношение для промежутка времени $t^B(\boldsymbol{r}) - t_1^A(0) = t_2^A(0) - t^B(\boldsymbol{r})$, означающее равенство $c_+ = c_- = c_0$ однонаправленных скоростей света в прямом и обратном направлениях (или изотропность скорости света) относительно используемых точек твердого тела, и выражения для характеристик

$$t_1^A(0) = t^B(\boldsymbol{r}) - \frac{|\boldsymbol{r}|}{c_0}, \qquad t_2^A(0) = t^B(\boldsymbol{r}) + \frac{|\boldsymbol{r}|}{c_0}, \tag{3}$$

равные наблюдаемым значениям времени в начале координат. При переходе к псевдоевклидовой четырехмерной геометрии Минковского [2] определяются собственное время в точке B, как среднее геометрическое от моментов времен в точке A, и элемент длины

$$\begin{gathered} t_0^B(\boldsymbol{r}) = \left[t_1^A(0)\, t_2^A(0)\right]^{1/2} = \left(t^2 - \frac{\boldsymbol{r}^2}{c_0^2}\right)^{1/2}, \\ s_0 = c_0 t_0 = \left(c_0^2 t^2 - \boldsymbol{r}^2\right)^{1/2} \end{gathered} \tag{4}$$

с $t = t^B(\boldsymbol{r})$ и $t_0 = t_0^B(\boldsymbol{r})$. Группа преобразований координатного времени и пространственных координат, которая оставляет форм-инвариантным элемент длины, а также другие функции, определена впервые А. Пуанкаре [3]. Дальнейший переход к локальному риманову многообразию с квадратичной формой $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$ на координатной сетке (x_0, x, y, z) с $x_0 = c_0 t$ и сигнатурой $(+,-,-,-)$ позволяет включить гравитацию зависимостью метрического тензора от тензора энергии-импульса на основе уравнений Гильберта-Эйнштейна с тензором кривизны $R_{ijkl} \neq 0$. Такое историческое развитие и имела современная физика (в смысле специальной и общей теории относительности).

Согласно Г. Рейхенбаху [4] и А. Грюнбауму [5] причинно-несвязанные события в точке A, происходящие во временном интервале $\left[t_2^A(0) - t_1^A(0)\right]$ являются топологически одновременными событиями в точке B. Выбор любого события внутри указанного интервала, *по определению*, дает исходную метрическую одновременность события в точке A с событием в точке B, что определяет единое время вдоль твердого тела или является критерием нестандартной синхронизации часов. Остальные определения остаются в силе. Такой подход основывается на выборе значения ξ_{AB} в равенстве

$$t^B(\boldsymbol{r}) = t_1^A(0) + \xi_{AB}\left[t_2^A(0) - t_1^A(0)\right], \tag{5}$$

где временной порядок чередования событий

$$t_1^A(0) < t^B(\boldsymbol{r}) < t_2^A(0) \tag{6}$$

приводит к неравенству $0 < \xi_{AB} < 1$. Момент времени $t^B(\boldsymbol{r})$ равняется некоторому значению внутри временного интервала $\left[t_2^A(0) - t_1^A(0)\right]$ для причинно-несвязанных событий или взвешенному среднему $t^B(\boldsymbol{r}) = p_1 t_1^A(0) + p_2 t_2^A(0)$ с $p_1 = \xi_{BA}$ и $p_2 = \xi_{AB}$ от моментов времен в точке A. Синхронность часов так же, как при стандартной синхронизации часов по Пуанкаре ($\xi_{AB} = \xi_{BA} = 1/2$), удовлетворяет условию симметричности с $\xi_{AB} + \xi_{BA} = 1$ и транзитивности. Выражения характеристик примут следующий вид

$$t_1^A(0) = t^B(\boldsymbol{r}) - \frac{|\boldsymbol{r}|}{c_+}, \qquad t_2^A(0) = t^B(\boldsymbol{r}) + \frac{|\boldsymbol{r}|}{c_-}, \tag{7}$$

с анизотропными однонаправленными координатными скоростями сигнала вдоль радиус-вектора

$$c_+ = \frac{c_0}{1+\varepsilon_r}, \qquad c_- = \frac{c_0}{1-\varepsilon_r}, \qquad -1 < \varepsilon_r < 1, \tag{8}$$

где параметр анизотропии вдоль вектора $\boldsymbol{r}$ есть $\varepsilon_r = 2\xi_{AB} - 1$. Собственное время определяется выражением

$$t_0^B(\boldsymbol{r}) = \left[t_1^A(0)\, t_2^A(0)\right]^{1/2} = \left[t(\boldsymbol{r})^2 - \left(\frac{1}{c_+} - \frac{1}{c_-}\right) t\,|\boldsymbol{r}| - \frac{\boldsymbol{r}^2}{c_+ c_-}\right]^{1/2}, \tag{9}$$

а элемент длины имеет значение

$$s_0 = c_0 t_0 = \left[(c_0 t - \varepsilon_r |\boldsymbol{r}|)^2 - \boldsymbol{r}^2\right]^{1/2}. \tag{10}$$

Параметр анизотропии ε_r равняется, согласно работе [6], выражению

$$\varepsilon_r = \frac{(\boldsymbol{\varepsilon r})}{|\boldsymbol{r}|} = \frac{\varepsilon_x x + \varepsilon_y y + \varepsilon_z z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \varepsilon_x \cos\alpha + \varepsilon_y \cos\beta + \varepsilon_z \cos\gamma, \tag{11}$$

где вектор анизотропии $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ с $|\boldsymbol{\varepsilon}| \le 1$ дает выделенное направление и углы отсчитываются от осей координат до радиус-вектора. Такой результат был получен при рассмотрении движения света вдоль замкнутого пути от точки $A(0,0,0)$ к $B(x,0,0)$, от $B(x,0,0)$ к $C(x,y,0)$, от $C(x,y,0)$ к $D(x,y,z)$, от $D(x,y,z)$ к $A(0,0,0)$ параллельно осям координат, а также условию постоянства "средней" скорости света вдоль этого пути, что записывается следующим равенством

$$\frac{x}{c_x} + \frac{y}{c_y} + \frac{z}{c_z} + \frac{|\boldsymbol{r}|}{c_-} = \frac{x+y+z+|\boldsymbol{r}|}{c_0}. \tag{12}$$

Здесь $c_x = c_0/(1+\varepsilon_x)$, $c_y = c_0/(1+\varepsilon_y)$, $c_z = c_0/(1+\varepsilon_z)$ есть однонаправленные скорости света вдоль координатных осей в прямом направлении. В итоге выражение (10) примет окончательный вид

$$s_0 = c_0 t_0 = \left\{[c_0 t - (\boldsymbol{\varepsilon r})]^2 - \boldsymbol{r}^2\right\}^{1/2}. \tag{13}$$

В работе [7] приводится доказательство того, что в опыте астронома О. К. Рёмера в 1676 году по изменению промежутков времени между затмениями спутников Юпитера была измерена именно "средняя" скорость света вдоль замкнутого пути. Там же рассматривается примечательный пример нестандартной синхронизации часов, расположенных в вершинах квадрата.

Интересный вариант представлен в работе [8], где изотропность скорости света сохраняется, однако имеют место анизотропные масштабы расстояний в прямом и обратном направлениях, то есть вместо (7) определяются следующие соотношения

$$\begin{gathered} t_1(0) = t(\boldsymbol{r}) - \frac{|\boldsymbol{r}|_+}{c_0}, \qquad t_2(0) = t(r) + \frac{|\boldsymbol{r}|_-}{c_0}, \\ |\boldsymbol{r}|_+ + |\boldsymbol{r}|_- = 2|\boldsymbol{r}| \end{gathered} \tag{14}$$

и получены преобразования времени и одномерного расстояния. Дальнейшее рассмотрение в этом направлении приводится в работе [9].

Из изложенного следует, что определяется координатное время t из показаний часов и, соответственно, координатная скорость $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{r}/t$. Однако, в современной физике даются следующие определения физического времени, физического расстояния и физической скорости

$$T = t - \varepsilon_r \frac{|\boldsymbol{r}|}{c_0} = t - \frac{(\boldsymbol{\varepsilon r})}{c_0}, \quad \boldsymbol{R} = \boldsymbol{r},$$
$$\boldsymbol{U} = \frac{\boldsymbol{R}}{T} = \frac{\boldsymbol{u}}{1 - \varepsilon_r |\boldsymbol{u}| / c_0} = \frac{\boldsymbol{u}}{1 - (\boldsymbol{\varepsilon u}) / c_0}. \tag{15}$$

Такие определения означают переход от нестандартной синхронизации к стандартной синхронизации часов по Пуанкаре с изотропной скоростью света и к собственному времени с элементом длины

$$t_0 = \left(T^2 - \frac{\boldsymbol{R}^2}{c_0^2}\right)^{1/2}, \qquad s_0 = c_0 t_0 = \left[c_0^2 T^2 - |\boldsymbol{R}|^2\right]^{1/2}. \tag{16}$$

не выбором параметра анизотропности $\varepsilon_r = 0$ *по определению*, а переходом к новой координации событий. При этом собственное трехмерное пространство Евклида уже определяется как множество одновременных событий по физическому времени T, включающее в себя координатное время и пространственные координаты. При $T = 0$ из (15) следует уравнение гиперповерхности $t - (\boldsymbol{\varepsilon u}) / c_0 = 0$ для $s_0^2 < 0$ с неодновременными координатными временами. С математической точки зрения переход между синхронизациями часов означает, например, в двумерном случае с $(c_0 t, x)$ переход от декартовой системы координат к косоугольной, что и реализуется при преобразованиях Лоренца между инерциальными системами отсчетов. Напомним также, что преобразования Галилея также дают косоугольную систему координат. Неизменность декартовой системы координат при соответствующих преобразованиях приводит к евклидовой двумерной геометрии.

Итак, переход от координатного времени t к физическому T сохраняет во всех инерциальных системах отсчетов собственное трехмерное пространство Евклида и инвариантность скорости света. В псевдоевклидовом пространстве Минковского с элементом длины (4) физическое время и физическая скорость в трехмерном пространстве Евклида совпадают, соответственно, с их координатными величинами.

В работах [10, 11] приводится расширение нестандартной синхронизации часов, при котором в каждой инерциальной системе отсчета имеет место свое значение постоянной "средней" скорости вдоль замкнутого пути $c = c_0 n \left(\lim\limits_{c_0 \to \infty} n = 1\right)$. Такая общая синхронизация часов приводит к следующим выражениям собственного времени и элемента длины

$$t_0 = \sqrt{c/c_0} \left\{[t - (\boldsymbol{\varepsilon r}) / c]^2 - \boldsymbol{r}^2 / c^2\right\}^{1/2},$$
$$s_0 = c_0 t_0 = \left\{[\sqrt{n} c_0 t - (\boldsymbol{\varepsilon r}) / \sqrt{n}]^2 - \boldsymbol{r}^2 / n\right\}^{1/2}. \tag{17}$$

Не останавливаясь на рассмотрении подходов, отметим некоторые обобщения излагаемой теории на финслеровы геометрии.

В работе [12] используется собственное время в двумерном случае, которое для четырехмерного пространства-времени имеет вид

$$t_0 = n^{1/2} \left(\frac{t - |\boldsymbol{r}| / c_+}{t + |\boldsymbol{r}| / c_-}\right)^{r/2} \left[t^2 - \left(\frac{1}{c_+} - \frac{1}{c_-}\right) t\, |\boldsymbol{r}| - \frac{\boldsymbol{r}^2}{c_+ c_-}\right]^{1/2} \tag{18}$$

с однонаправленными скоростями $c_+ = c / (1 + \varepsilon)$ и $c_- = c / (1 - \varepsilon)$ при общей синхронизации часов [10, 11], а также с тремя скалярными параметрами r, ε и $n = c/c_0$.

При $r = (c_+ - c_-)\,/\,(c_+ + c_-) = -\varepsilon$ и $c_+c_- = c_0^2$ собственное время без множителя n запишется так [13]

$$t_0 = \left(\frac{t - |\boldsymbol{r}|\,/\,c_+}{t + |\boldsymbol{r}|\,/\,c_-}\right)^{-\varepsilon/2} \left(t^2 - \frac{2\varepsilon t\,|\boldsymbol{r}|}{c} - \frac{\boldsymbol{r}^2}{c_0^2}\right)^{1/2}, \tag{19}$$

где $c_+ = c_0 n/\,(1+\varepsilon)$, $c_- = c_0 n/\,(1-\varepsilon)$ есть однонаправленные скорости сигнала и "средняя" скорость вдоль замкнутого пути равняется $c = c_0 n$ с $n = (1-\varepsilon^2)^{1/2}$.

Оба выражения (18) и (19) нарушают опытный факт условия постоянства "средней" скорости света вдоль замкнутого пути в трехмерном пространстве так как не имеет место равенство (12) при $\varepsilon_r = \varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$. Единственный релятивистский подход, в котором отсутствует нарушение указанного опытного факта, соответствует рассматриваемому пространству-времени с одной пространственной координатой [12], поскольку реализуется случай параллельных векторов. Также добавим, что финслерова двумерная геометрия с метрической функцией вида (18) впервые рассматривалась для группы параметризованных энтропий и информаций различия в теории информации и в статистической механике неэкстенсивных (неаддитивных) систем, а результаты исследований обобщены в [14, 15]. Примечательно, что роль аналога постоянной скорости света c_0 играет величина $k/\,(1-q)$, которая зависит от постоянной Больцмана и действительного числа q. Роль аналога скорости света играет параметризованная энтропия. Параметр q связан с фрактальной размерностью для фрактальных систем, а для неэкстенсивных систем характеризует степень их неаддитивности в свойстве композиции параметризованных энтропий с квадратичной нелинейностью.

Указанный фундаментальный недостаток этих теорий для релятивистской интерпретации устраняется, поскольку выражения (18) и (19) всегда можно привести к виду с одним параметром и элементом длины

$$\begin{gathered} T_0 = \left(\frac{T - |\boldsymbol{R}|\,/\,c_0}{T + |\boldsymbol{R}|\,/\,c_0}\right)^{r/2} \left(T^2 - \frac{\boldsymbol{R}^2}{c_0^2}\right)^{1/2}, \\ s_0 = c_0 T_0 = \left(\frac{c_0 T - |\boldsymbol{R}|}{c_0 T + |\boldsymbol{R}|}\right)^{r/2} \left(c_0^2 T^2 - \boldsymbol{R}^2\right)^{1/2} = \left(c_0 T - |\boldsymbol{R}|\right)^{1+r/2} \left(c_0 T + |\boldsymbol{R}|\right)^{1-r/2} \end{gathered} \tag{20}$$

при переходе к физическому времени и физическому расстоянию с изменением масштабов

$$T = t - \varepsilon\frac{|\boldsymbol{r}|}{c}, \qquad |\boldsymbol{R}| = \frac{c_0}{c}\,|\boldsymbol{r}|\,, \qquad \boldsymbol{R} = \frac{c_0}{c}\boldsymbol{r}, \tag{21}$$

а для (18) еще добавляется физическое собственное время $T_0 = c_0 t_0/c$. В итоге имеет место стандартная синхронизация часов по Пуанкаре с изотропной скоростью света, при которой в выражении (20) имеется один скалярный параметр r.

Возникает вопрос о преобразованиях физического времени и физических пространственных координат, которые оставляют форм-инвариантным собственное время (20) или соответствующую метрическую функцию $F = s_0 = c_0 T_0$. В известных преобразованиях [13] комформный множитель в (19) или в (20)

$$\lambda = \left(\frac{T - |\boldsymbol{R}|\,/\,c_0}{T + |\boldsymbol{R}|\,/\,c_0}\right)^{r/2} \tag{22}$$

не обладает групповыми свойствами для трехмерного случая. Этот факт препятствует нахождению искомых преобразований с тремя пространственными координатами, о чем подчеркивалось в [12].

Поэтому возникает необходимость нахождения такого выражения метрической функции в финслеровой пространстве-времени с пространственной изотропностью, чтобы комформный множитель имел групповые свойства при переходах между инерциальными системами отсчетов.

2. Преобразования времени и пространственных координат

Рассмотрим инерциальную систему отсчета (K) со стандартной синхронизацией часов для $c = c_0$ и исходной метрической функцией

$$F = s = ct_0 = \lambda \left(c^2 t^2 - \boldsymbol{r}^2\right)^{1/2}, \tag{23}$$

где наличие конформного множителя $\lambda = \lambda\,(t, x, y, z)$, обладающего групповыми свойствами, обобщает метрическую функцию пространства-времени Минковского.

Для нахождения преобразований времени и пространственных координат при форм-инвариантности метрической функции (23) остановимся сначала подробно на случае псевдоевклидовой геометрии. Известные преобразования времени и компонент радиус-вектора между инерциальными системами отсчетов (K) и (K'), движущихся с относительной скоростью $\boldsymbol{v}' = -\boldsymbol{v}$ для начала координат трехмерного пространства Евклида, записываются так

$$\begin{gathered} \boldsymbol{r}'_{\parallel} = \frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(\boldsymbol{r}_{\parallel} - \boldsymbol{v}t\right), \\ t' = \frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(t - \frac{|\boldsymbol{v}|}{c^2}\left|\boldsymbol{r}_{\parallel}\right|\right), \\ \boldsymbol{r}'_{\perp} = \boldsymbol{r}_{\perp}, \qquad N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right) = \left(1 - \boldsymbol{v}^2/c^2\right)^{1/2}, \end{gathered} \tag{24}$$

где $\boldsymbol{r}_{\parallel}$ и $\boldsymbol{r}_{\perp}$ есть компоненты радиус-вектора параллельная и перпендикулярная скорости $\boldsymbol{v}$, соответственно. Поскольку имеют место равенства

$$\begin{gathered} \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{\parallel} + \boldsymbol{r}_{\perp}, \qquad \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r}'_{\parallel} + \boldsymbol{r}'_{\perp}, \\ \boldsymbol{r}_{\parallel} = \frac{(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v})\,\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}^2}, \qquad \boldsymbol{r}_{\perp} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{\parallel} = \boldsymbol{r} - \frac{(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v})\,\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}^2}, \end{gathered} \tag{25}$$

то, согласно (24), преобразования принимают общепринятый вид

$$\begin{gathered} \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \frac{\boldsymbol{v}t}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)} + \frac{1}{\boldsymbol{v}^2}\left(\frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)} - 1\right)(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v})\,\boldsymbol{v} = \frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left\{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}t + \frac{1}{c^2}\frac{[\boldsymbol{v}\,[\boldsymbol{v}\boldsymbol{r}]]}{[1 + N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)]}\right\}, \\ t' = \frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left[t - \frac{1}{c^2}\,(\boldsymbol{v}\boldsymbol{r})\right]. \end{gathered} \tag{26}$$

Приведенные преобразования в векторной форме оставляют форм-инвариантным элемент длины

$$\left(c_0^2 t'^2 - \boldsymbol{r}'^2\right)^{1/2} = \left(c_0^2 t^2 - \boldsymbol{r}^2\right)^{1/2} \tag{27}$$

и были впервые получены в работе [16].

Из формул (24) для компонент $\boldsymbol{r}'_{\parallel}$ и $\boldsymbol{r}_{\parallel}$ вытекают следующие преобразования их модулей

$$\begin{gathered} \left|\boldsymbol{r}'_{\parallel}\right| = \frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(\left|\boldsymbol{r}_{\parallel}\right| - |\boldsymbol{v}|\,t\right), \\ t' = \frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(t - \frac{|\boldsymbol{v}|\left|\boldsymbol{r}_{\parallel}\right|}{c^2}\right), \end{gathered} \tag{28}$$

из которых получим соотношения

$$
\begin{gathered}
t-\frac{\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|}{c}=\frac{1+|\boldsymbol{v}|/c}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(t-\frac{\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|}{c}\right),\\
t+\frac{\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|}{c}=\frac{1-|\boldsymbol{v}|/c}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(t+\frac{\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|}{c}\right),\\
\left(\frac{t-\left|\boldsymbol{r}'_{\|}\right|/c}{t+\left|\boldsymbol{r}'_{\|}\right|/c}\right)\left(\frac{1-|\boldsymbol{v}|/c}{1+|\boldsymbol{v}|/c}\right)=\left(\frac{t-\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|/c}{t+\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|/c}\right),\\
\left(\frac{t-\left|\boldsymbol{u}'_{\|}\right|/c}{t+\left|\boldsymbol{u}'_{\|}\right|/c}\right)\left(\frac{1-|\boldsymbol{v}|/c}{1+|\boldsymbol{v}|/c}\right)=\left(\frac{t-\left|\boldsymbol{u}_{\|}\right|/c}{t+\left|\boldsymbol{u}_{\|}\right|/c}\right)
\end{gathered}
\tag{29}
$$

Параллельные трехмерные скорости и их модули образуют абелевы группы с законами композиций

$$
\begin{gathered}
\boldsymbol{u}'_{\|}=\boldsymbol{v}'\circ\boldsymbol{u}_{\|}=\frac{\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}_{\|}}{1+\left(\boldsymbol{v}'\boldsymbol{u}_{\|}\right)/c^2},\\
\left|\boldsymbol{u}'_{\|}\right|=|\boldsymbol{v}'|\circ\left|\boldsymbol{u}_{\|}\right|=\frac{|\boldsymbol{v}'|+\left|\boldsymbol{u}_{\|}\right|}{1+|\boldsymbol{v}'|\left|\boldsymbol{u}_{\|}\right|/c^2}.
\end{gathered}
\tag{30}
$$

Это позволяет, согласно последнему равенству (29), обобщить преобразования (24) следующим образом

$$
\begin{gathered}
\boldsymbol{r}'_{\|}=\frac{\lambda\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(\boldsymbol{r}_{\|}-\boldsymbol{v}t\right),\\
t'=\frac{\lambda\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left(t-\frac{|\boldsymbol{v}|}{c^2}\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|\right),\\
\boldsymbol{r}'_{\perp}=\lambda\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)\boldsymbol{r}_{\perp}
\end{gathered}
\tag{31}
$$

с конформным множителем

$$
\lambda\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)=\left(\frac{1+|\boldsymbol{v}|/c}{1-|\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2}.
\tag{32}
$$

Функция (32) имеет групповые свойства для параллельных скоростей с законом композиции

$$
\lambda\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)=\lambda\left(|\boldsymbol{v}_1|/c\right)\lambda\left(|\boldsymbol{v}_2|/c\right)
\tag{33}
$$

в виде произведения. В итоге получим обобщенные преобразования

$$
\begin{gathered}
\boldsymbol{r}'=\left(\frac{1+|\boldsymbol{v}|/c}{1-|\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2}\left[\boldsymbol{r}-\frac{\boldsymbol{v}t}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}+\frac{1}{\boldsymbol{v}^2}\left(\frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}-1\right)(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v})\,\boldsymbol{v}\right]=\\
=\left(\frac{1+|\boldsymbol{v}|/c}{1-|\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2}\frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left\{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{v}t+\frac{1}{c^2}\frac{[\boldsymbol{v}\,[\boldsymbol{v}\boldsymbol{r}]]}{\left[1+N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)\right]}\right\},\\
t'=\left(\frac{1+|\boldsymbol{v}|/c}{1-|\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2}\frac{1}{N\left(|\boldsymbol{v}|/c\right)}\left[t-\frac{1}{c^2}(\boldsymbol{v}\boldsymbol{r})\right],
\end{gathered}
\tag{34}
$$

которые оставляют, согласно соотношению для конформного множителя в (29), форминвариантным следующий элемент длины в финслеровом пространстве-времени

$$
F=s=ct_0=\left(\frac{ct'-\left|\boldsymbol{r}'_{\|}\right|}{ct'+\left|\boldsymbol{r}'_{\|}\right|}\right)^{r/2}\left(c^2t'^2-\boldsymbol{r}'^2\right)^{1/2}=\left(\frac{ct-\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|}{ct+\left|\boldsymbol{r}_{\|}\right|}\right)^{r/2}\left(c^2t^2-\boldsymbol{r}^2\right)^{1/2}.
\tag{35}
$$

Напомним, что вектор скорости $\boldsymbol{v}$ в (34) параллелен вектору $\boldsymbol{r}_{\|}$. Таким образом, конформный множитель в (23), обладающий групповыми свойствами, имеет вид

$$\lambda = \left(\frac{ct - |\boldsymbol{r}_{\|}|}{ct + |\boldsymbol{r}_{\|}|}\right)^{r/2} = \left(\frac{ct - \sqrt{\boldsymbol{r}^2 - \boldsymbol{r}_{\perp}^2}}{ct + \sqrt{\boldsymbol{r}^2 - \boldsymbol{r}_{\perp}^2}}\right)^{r/2}. \tag{36}$$

Компонента радиус-вектора $\boldsymbol{r}_{\perp}$, перпендикулярная относительной скорости движения инерциальных систем преобразуется при переходе к движущейся системе, согласно последней формуле (31). Таким образом, в отличие от предположения $\boldsymbol{r}'_{\perp} = \boldsymbol{r}_{\perp}$, при котором поперечные размеры тел сохраняются относительно скорости $\boldsymbol{v}$, в данном случае поперечные размер тел не сохраняются. При $\boldsymbol{r}_{\|} = (x, 0, 0)$, $\boldsymbol{r}_{\perp} = (0, y, z)$ и $\boldsymbol{v} = (v_x, 0, 0)$ получим следующие преобразования и форм-инвариантный элемент длины

$$\begin{aligned}
x' &= \left(\frac{1 + |v_x|/c}{1 - |v_x|/c}\right)^{-r/2} \frac{x - v_x t}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}},\\
t' &= \left(\frac{1 + |v_x|/c}{1 - |v_x|/c}\right)^{-r/2} \frac{t - v_x x/c^2}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}},\\
y' &= \left(\frac{1 + |v_x|/c}{1 - |v_x|/c}\right)^{-r/2} y,\\
z' &= \left(\frac{1 + |v_x|/c}{1 - |v_x|/c}\right)^{-r/2} z,
\end{aligned} \tag{37}$$

$$F = s = ct_0 = \left(\frac{ct - |x|}{ct + |x|}\right)^{r/2} \left(c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2\right)^{1/2},$$

которые при $y = z = 0$ и $\varepsilon_x = 0$ совпадают с результатами работы [12], полученными для нестандартной синхронизации часов с $\varepsilon_x \neq 0$ в двумерном случае пространства-времени.

Если рассматривается нестандартная синхронизация часов с $\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon}$, то в приведенных результатах необходимо сделать замену $t \to t - (\boldsymbol{\varepsilon r})/c$ и $t' \to t' - (\boldsymbol{\varepsilon r}')/c$ при переходе к новой координации часов и, соответственно, заменить значение относительной скорости движения систем $\boldsymbol{v} \to \boldsymbol{V}/\left[1 + (\boldsymbol{\varepsilon V})/c\right]$.

3. Заключение

В работе рассматривается переход между стандартной синхронизацией часов по Пуанкаре и нестандартной синхронизацией часов по Рейхенбаху-Грюнбауму двумя способами, либо выбором *по определению* параметра анизотропии, либо введением физического времени, физического расстояния и физической скорости. Особо подчеркнем, что справедливость уравнений Максвелла приводит к необходимости использовать именно стандартную синхронизацию часов по Пуанкаре. Дается некоторый вариант пространственно изотропного финслерова пространства-времени, который исправляет подходы работ [12, 13] в плане выполнения условия постоянства "средней" скорости света вдоль замкнутого пути в трехмерном пространстве и групповых свойств конформного множителя. Итогом является метрическая функция (35), в которую входит компонента радиус-вектора параллельная скорости движения инерциальной системы отсчета. Не останавливаясь на различных случаях ориентаций векторов $\boldsymbol{r}'$, $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{v}$ приведем элемент длины для финслеровой геометрии с параллельными векторами при $\boldsymbol{r}_\perp = 0$

$$F = s = ct_0 = \left(\frac{ct - |\boldsymbol{r}_\parallel|}{ct + |\boldsymbol{r}_\parallel|}\right)^{r/2} \left(c^2t^2 - \boldsymbol{r}_\parallel^2\right)^{1/2} = \left(c^2t^2 - \boldsymbol{r}_\parallel^2\right)^{(1+r)/2} \left(c^2t^2 - \boldsymbol{r}_\parallel^2\right)^{(1-r)/2} \tag{38}$$

и следующие преобразования

$$\begin{gathered} \boldsymbol{r}'_\parallel = \left(\frac{1 + |\boldsymbol{v}|/c}{1 - |\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2} \frac{1}{N(|\boldsymbol{v}|/c)} \left(\boldsymbol{r}_\parallel - \boldsymbol{v}t\right), \\ t' = \left(\frac{1 + |\boldsymbol{v}|/c}{1 - |\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2} \frac{1}{N(|\boldsymbol{v}|/c)} \left[t - \frac{(\boldsymbol{v}\boldsymbol{r}_\parallel)}{c^2}\right], \\ \boldsymbol{r}'_\perp = \boldsymbol{r}_\perp = 0. \end{gathered} \tag{39}$$

Отметим также переход от псевдоевклидовой геометрии в системе отсчета (K) к финслеровой в системе отсчета (K') при $\boldsymbol{r}_\parallel = 0$, отражаемый в метрической функции

$$F = s = ct_0 = \left(\frac{ct' - \left|\boldsymbol{r}'_\parallel\right|}{ct' + \left|\boldsymbol{r}'_\parallel\right|}\right)^{r/2} \left(c^2t'^2 - \boldsymbol{r}'^2\right)^{1/2} = \left(c^2t^2 - \boldsymbol{r}_\perp^2\right)^{1/2}. \tag{40}$$

Дальнейшее рассмотрение результатов теории на основе метрической функции (35) представляет собой отдельную задачу.

Наконец, отметим еще один интересный вариант преобразований модулей различно ориентированных векторов и координатного времени. Так имеем форм-инвариантность элемента длины (4) при преобразованиях

$$\begin{gathered} |\boldsymbol{r}'| = \frac{1}{N(|\boldsymbol{v}|/c)} \left(|\boldsymbol{r}| - |\boldsymbol{v}|\, t\right), \\ t' = \frac{1}{N(|\boldsymbol{v}|/c)} \left(t - \frac{|\boldsymbol{v}|\,|\boldsymbol{r}|}{c^2}\right), \end{gathered} \tag{41}$$

что означает гиперболический поворот всего трехмерного пространства. Обобщением (41) на случай с (20) являются следующие преобразования.

$$\begin{gathered} |\boldsymbol{r}'| = \left(\frac{1 + |\boldsymbol{v}|/c}{1 - |\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2} \frac{1}{N(|\boldsymbol{v}|/c)} \left(|\boldsymbol{r}| - |\boldsymbol{v}|\, t\right), \\ t' = \left(\frac{1 + |\boldsymbol{v}|/c}{1 - |\boldsymbol{v}|/c}\right)^{-r/2} \frac{1}{N(|\boldsymbol{v}|/c)} \left(t - \frac{|\boldsymbol{v}|}{c^2}\,|\boldsymbol{r}|\right). \end{gathered} \tag{42}$$

Список литературы

[1] Poincare H. La mesure du temps. Rev. Metaphys. Morale. 1898. V. 6. P. 1–13.
[2] Minkowski H. I. "Raum und Zeit", 80. Versammlung Deutscher Naturforscher (Koln, 1908). Published in Physikalische Zeitschrift 10, 104–111 (1909) and Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 18, 75–88 (1909).
[3] Poincare H. Sur la dynamique de l'electron. Rend. Circolo Mat. Palermo. 1906. V. 21. P. 129–176.
[4] Reichenbach H. Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre. Braunschweig: F. Vieweg & Sons, 1924. 302 p.
[5] Grunbaum A. Philosophical Problem of Space and Time. New York: Alfred A. Knopf, 1963. 590 p.

[6] Edwards W. F. Special relativity in anisotropic space. Am. J. Phys. 1963. V. 31 (7). P. 482–486.
[7] Karlov L. Does Romers methot vield a unidirectional speed of light? Austr. J. Phys. 1970. V. 23. P. 243–253.
[8] Болтянский В. Г. Анизотропный релятивизм. Дифференциальные уравнения. 1971. Т. 10. С. 2101–2110.
[9] Зарипов Р. Г. К определению расстояния в специальной теории относительности. Гравитация и теория относительности. Казань: Изд-во КГУ, 1984. Вып. 21. С. 78–87.
[10] Зарипов Р. Г. К определению одновременности в специальной теории относительности. Гравитация и теория относительности. Казань: Изд-во КГУ, 1978. Вып. 14–15. С. 60-69.
[11] Зарипов Р. Г. О физическом понятии отношения одновременности. Гравитация и теория относительности. Казань: Изд-во КГУ, 1980. Вып. 17. С. 47–51.
[12] Зарипов Р. Г. Бинарная система чисел и финслерова геометрия локального анизотропного пространства-времени. Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2005. №1 (3). С. 47–60.
[13] Асанов Г. С. Финслероидная геометрия. М.: Изд-во МГУ, 2004. 160 с.
[14] Зарипов Р. Г. Самоорганизация и необратимость в неэкстенсивных системах. Казань: Изд-во "Фэн", 2002. 251 с.
[15] Зарипов Р. Г. Новые меры и методы в теории информации. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2005. 364 с.
[16] Herglotz G. Uber die Mechanik des Deformierbaren Korpers vom Standpunkte der Relativitatstheorie. Annalen der Physik. 1911. Bande. 36 (4. Folge). P. 493–533.