

НИЛЬПОТЕНТНЫЙ ВАКУУМ¹

П. Роуландс

*Department of Physics, University of Liverpool, Oliver Lodge Laboratory
p.rowlands@liverpool.ac.uk*

Вектор фермионного состояния, который является нильпотентным, или квадратным корнем из нуля, представляет собой наиболее удобное средство для объединения таких фундаментальных физических понятий как время, масса и заряд в одной величине. Он удобен и в качестве суперсимметричного квантовополевого оператора, который задает единственным образом одновременно амплитуду и фазу любого фермионного состояния, и объединяет в одной записи все специфические аспекты, требуемые при БРСТ-квантовании полей. Математическая структура вектора состояния непосредственно порождает вакуумные члены, относящиеся ко всем четырем фундаментальным взаимодействиям, и объясняет нарушение симметрии между ними. Включив все вакуумные аспекты в наше понимание фермиона, мы получаем "теорию струн без струн". Операторы нильпотентного вакуума приводят к связям со многими известными вакуумными эффектами, включая эффект Казимира и нулевую энергию.

1. Вектор нильпотентного состояния

Фермионное состояние является наиболее эффективной формой объединения или упаковки в одну величину четырех фундаментальных параметров физики: времени, пространства, массы и заряда. В процессе упаковки соответствующие псевдоскалярные, векторные и скалярные единицы первых трех величин объединяются посредством применения одной из трех кватернионных единиц (quaternion charge units) по отдельности к каждой другой. Таким образом,

время	пространство	масса	заряд
i	$\mathbf{i, j, k}$	1	i, j, k

строятся как новые псевдоскалярные, векторные и скалярные величины, энергия, импульс и масса покоя (E, \mathbf{p}, m):

ik	$\mathbf{ii\ ji\ ki}$	$1j$
E	\mathbf{p}	$m.$

В то же время, симметрия между кватернионными единицами нарушается для создания слабого, сильного и электрического зарядов (w, s, e) с соответствующими псевдоскалярными, векторными и скалярными характеристиками.

w	s	e
-----	-----	-----

Отсюда следует, что составное дираковское состояние ($\pm kE \pm i\mathbf{ip} + ijm$) (где члены повсюду условно умножены на i) должно выражаться как через зарядовое состояние фермиона, так и через его энергетическое состояние. В действительности, процесс упаковки одновременно создает зарядовое пространство ($w - s - e$), которое дуально фазовому пространству ($E - \mathbf{p} - m$).

¹ Перевод Р. Михайлова.

Составное фермионное или дираковское состояние $(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$ является нильпотентным, или квадратным корнем из нуля, ввиду того что соотношение $(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm) = E^2 - p^2 - m^2 = 0$ – это просто стандартное релятивистское соотношение между энергией, импульсом и массой покоя. Здесь вектор импульса \mathbf{p} рассматривается как многозначный, учитывая идею спина. В этом случае $\mathbf{p}\mathbf{p} = \mathbf{p}\cdot\mathbf{p} + i\mathbf{p} \times \mathbf{p} = (\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}) = pp = p^2$. Создание нильпотентного состояния как одного пакета требует одновременного порождения фундаментальных констант \hbar , c и G , чтобы обеспечить подходящее масштабное соответствие членов. На деле, нильпотентная структура требует одновременного участия специальной относительности и квантования, а также их взаимной необходимости, – это единственный способ достижения данной цели. Члены E и \mathbf{p} в состоянии могут представлять либо собственные значения, либо операторы, в зависимости от того, выбираем ли мы консервативное или неконсервативное представление состояния. Используя операторную версию состояния $(\pm \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial t} \pm i\mathbf{i}\nabla + ijm)$, мы можем выписать эквивалентную сопряженную метрику $(\pm kt \pm i\mathbf{i}\mathbf{r} \pm ijt)$, где τ – собственное время. В классическом пределе это превращается в определение специальной относительности в нильпотентной форме.

Нильпотент в операторной форме задает состояние в целом, и амплитуду и фазу, ввиду того, что фазовый член однозначно задается требованием нильпотентности собственного значения (или амплитуды). Это дополнительное ограничивающее условие возникает лишь в нильпотентной формулировке и приводит к тому, что для описания состояния не нужно ни уравнение Дирака, ни какое-либо другое. Это особенно важно в случае, когда операторы E и \mathbf{p} заменяются ковариантными производными, или производными, содержащими полевые члены, ввиду того, что применяется тот же самый принцип. Решение уравнения Дирака в данном случае заменяется процессом нахождения фазового члена, который делает амплитуду дираковского состояния нильпотентной. В частном случае точечного заряда любого рода, со сферической симметрией как минимальным требованием, требование нильпотентности приводит к минимальному условию, эквивалентному обратному линейному (кулоновскому) потенциалу.

Благодаря включению дополнительных симметрий, возникших из-за нильпотентности, фермионное состояние становится автоматически вторично-квантованным, с встроенной суперсимметрией. Амплитуда и фаза задаются однозначно тем же оператором, и тем же способом являются квантованными. Знаки \pm перед членами $\mathbf{k}E$ и $i\mathbf{i}\mathbf{p}$ представляют четыре одновременных "решения" для дираковского фермионного состояния: фермион / антифермион $(\pm \mathbf{k}E)$, спин вверх / спин вниз $(\pm i\mathbf{i}\mathbf{p})$, – и полное представление нильпотентного оператора является 4-компонентным вектором-строкой или столбцом, таким же образом, как и стандартный дираковский спинор. Отсюда мы можем определить антифермионное состояние, как состояние, имеющее форму $(\mp \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$. Фермион с перевернутым спином будет $(\pm \mathbf{k}E \mp i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$; бозон со спином 1: $(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)(\mp \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$ и бозон со спином 0: $(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)(\mp \mathbf{k}E \mp i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$. Конденсированное состояние Бозе-Эйнштейна, пара Купера, или их "бозонный" двуфермионный эквивалент примут форму $(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)(\pm \mathbf{k}E \mp i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$. В случае барионов, мы особым образом используем векторную структуру оператора \mathbf{p} и строим смешанное (entangled) состояние, в котором первый ряд в спиноре имеет вид $(\mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}p_x + ijm)(\mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}p_y + ijm)(\mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}p_z + ijm)$. Барионное состояние, таким образом, имеет три компоненты (условно описываемые как "кварки"), представляющие шесть возможных "фаз" узнаваемой $SU(3)$ симметрии, в которых \mathbf{p} есть соответственно $\pm i\mathbf{i}p_x, \pm i\mathbf{i}p_y, \pm i\mathbf{i}p_z$. Три компоненты составного бариона будут тогда иметь

обычные свойства, соответствующие компонентам векторов, и могут быть разъединены не в большей мере, чем размерности пространства или импульса. Калибровочно инвариантный нелокальный "перенос" \mathbf{p} между фазами будет происходить с постоянной скоростью, независимо от любой концепции физического разделения. Такая постоянная скорость изменения импульса эквивалентна постоянной силе или потенциалу, линейному по расстоянию.

Нильпотентное состояние естественным образом подчиняется принципу несоместности Паули, ввиду того, что $(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)(\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm) = 0$, и нелокальность является другим автоматическим следствием. КЭД, КХД, КФД выводимы непосредственным образом, причем пропагаторы, определенные через нильпотентные состояния, устраняют инфракрасные расходимости [3]. Особое квантование поля становится ненужным, ввиду того что нильпотентные члены уже являются вторично проквантованными полевыми операторами. Они являются также точно суперсимметричными, с операторами $Q = (\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$ и $Q^+ = (\mp \mathbf{k}E \pm i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)$, обращающими бозоны в фермионы, и фермионы в бозоны или бозоны в антифермионы соответственно. Точная суперсимметрия означает отождествление частиц с их собственными суперсимметричными партнерами, что предполагает вакуумную связь. Преобразования C, P, T могут быть представлены как:

$$\begin{aligned} -j(\mathbf{k}E + i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)j &= (-\mathbf{k}E - i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm); \\ i(\mathbf{k}E + i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)i &= (\mathbf{k}E - i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm); \\ k(\mathbf{k}E + i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm)k &= (-\mathbf{k}E + i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm), \end{aligned}$$

с CPT -инвариантностью, как легко выводимым следствием. Полуцелость спина фермионов может быть получена стандартным формальным путем, например:

$$\begin{aligned} [\hat{\sigma}, \mathcal{H}] &= [-\mathbf{1}, -j(\mathbf{i}p_1 + \mathbf{j}p_2 + \mathbf{k}p_3) + ikm] = 2ij\mathbf{1} \times \mathbf{p} \\ [\mathbf{L}, \mathcal{H}] &= -ki[\mathbf{r}, \mathbf{1.p}] \times \mathbf{p} = -j[\mathbf{r}, \mathbf{1.p}] \times \mathbf{p} = -ij\mathbf{1} \times \mathbf{p}, \end{aligned}$$

так как $[\mathbf{r}, \mathbf{1.p}]\psi = i\mathbf{1}\psi$. Тогда $[\mathbf{L} + \hat{\sigma}/2, \mathcal{H}] = 0$, что делает $\mathbf{L} + \hat{\sigma}/2$ константой движения.

Однако, значение полуцелого спина в физическом смысле представляется таким, как это подразумевается естественной точной суперсимметрией: чисто фермионное состояние в некотором смысле может рассматриваться как неполное без своего вакуумного партнера.

2. Операторы дираковского вакуума

Четырехкомпонентный спинор, представляющий нильпотентное дираковское состояние, включает в себя четыре оператора рождения/уничтожения:

$$\begin{aligned} \text{создание фермиона со спином вверх} &= \\ \text{уничтожение антифермиона со спином вниз} &= (\mathbf{k}E + i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm), \\ \text{создание фермиона со спином вниз} &= \\ \text{уничтожение антифермиона со спином вверх} &= (\mathbf{k}E - i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm), \\ \text{создание антифермиона со спином вверх} &= \\ \text{уничтожение фермиона со спином вниз} &= (-\mathbf{k}E - i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm), \\ \text{создание антифермиона со спином вниз} &= \\ \text{уничтожение фермиона со спином вверх} &= (-\mathbf{k}E + i\mathbf{i}\mathbf{p} + ijm). \end{aligned}$$

Взяв любой из этих операторов, мы можем также указать вакуумные операторы, которые (предполагая подходящую нормализацию) оставляют состояние неизменным. Например, $(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$ остается неизменным после перемножения на $\mathbf{k}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$ любое число раз:

$$(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})\mathbf{k}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})\mathbf{k}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) \dots$$

Однако, $\mathbf{k}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})\mathbf{k}$ идентичен оператору рождения антифермиона $(-\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$, поэтому мы можем также записать это выражение с альтернативными членами, соответствующими рождению фермионов/антифермионов:

$$(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})(-\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})(-\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) \dots,$$

либо как процесс альтернативного рождения фермионов/бозонов через операторы суперсимметрии $QQ^+QQ^+ \dots$. Состояние рождения антифермиона здесь действует как вакуумное "отражение" состояния рождения фермиона и обратно, в то время как настоящий фермион и его виртуальный двойник в комбинации создают суперсимметричного бозонного партнера, что идентично оригинальному фермионному рождению. Мы можем расширить данное рассуждение до утверждения, что действительное состояние рождения бозона, такое как $(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})(-\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$, будет порождать одновременно суперсимметричные виртуальные антифермионные и фермионные состояния как соответствующие вакуумные отражения компонент операторов рождения $(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$ и $(-\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$.

Выражение $\mathbf{k}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$, однако, не единственно для определения "вакуумного" состояния: $i(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$ и $j(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$ обладают теми же самыми свойствами, и также должны быть рассмотрены как вакуумные операторы. В случае $i(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$ вакуумное "отражение" требует изменения ориентации спина. В случае же $j(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$, фермион отражается как антифермион с дополнительным изменением спина. Каждый из этих трех случаев порождает суперсимметричные состояния бозонного типа, которые являются спин 1, спин 0 и конденсацией Бозе-Эйнштейна, для коэффициентов \mathbf{k}, \mathbf{j} и i соответственно. Однако, не существует дискретного вакуумного эквивалента для $1(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})$, потому что это исключается принципом Паули:

$$(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m})1(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) = 0.$$

В то же время, два различных вакуумных состояния могут лишь комбинационным образом создать третье посредством физической части коэффициентов, то есть E , \mathbf{p} или \mathbf{m} .

Определение вакуумных состояний через коэффициенты \mathbf{k}, \mathbf{j} и i приводит к новому пониманию четырех "решений", характеризующих дираковское состояние. Первый ряд спинора представляет фермионное/антифермионное состояние, в то время как остальные три ряда являются тремя дискретными отражениями вакуума. Три коэффициента могут также рассматриваться как последствия концепции дискретного (точечного) заряда.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) & \text{ или } i\mathbf{k}E(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) & \text{ слабый вакуум,} \\ i(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) & \text{ или } i\mathbf{p}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) & \text{ сильный вакуум,} \\ j(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) & \text{ или } j\mathbf{m}(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ij\mathbf{m}) & \text{ электрический вакуум.} \end{aligned}$$

Заряд в данной интерпретации является проявлением вакуума, и как в случае зарядов, три вакуума (vacua) совершенно независимы друг от друга, ничего не зная о существовании остальных.

Вектор нильпотентного состояния включает в себя действительную и виртуальные компоненты, таким же образом, как он включает в себя массу и заряд, и *zitterbewegung*² может быть интерпретирован как переключение между ними. Это является причиной того, что векторы состояния суперсимметричны. Действительный фермион и множество его дуальных вакуумных образов в комбинации дают однозначное состояние бозонного спина, аналогичное консервативной физической системе, одновременно включающей в себя действие и противодействие согласно третьему закону Ньютона или вириальное удвоение кинетической энергии в потенциальной энергии. По этой причине фермионные и антифермионные векторы состояний имеют идентичные компоненты, с единственным отличием – какое из состояний, с энергией $+E$ или $-E$, действительно реализуемо.

Рождение "действительного" фермиона отличается своим действительным коэффициентом (1) от "образных" вакуумных состояний, которые индуцируются слабыми, электрическими и сильными элементами, и описываются посредством кватернионных коэффициентов. Поэтому первый член дираковского 4-спинора имеет иной статус, чем остальные, как и временная координата имеет иной статус, чем пространственные координаты, в стандартном 4-векторе Минковского. В случае свободного фермиона (или бозона), этот статус особо важен. Вакуумные члены тогда не дают вклада в энергию частицы, учитывая, что ренормализация не является необходимой, как показывает нильпотентная версия квантовой электродинамики. При ренормализации уничтожается воздействие лишь "образных" члены, воздействие "действительного" члена остается неизменным.

3. БРСТ-квантование

Нильпотентный оператор Дирака, являющийся автоматически вторично-квантованным, уже включает в себя полное представление квантового поля. Тем не менее, более стандартные подходы к квантованию полей могут быть использованы для иллюстрации связи между операторами заряда и энергии, необходимой для построения нильпотентного формализма. Условно, взаимодействия совершаются посредством поглощения и испускания виртуальных бозонных квантов слабых, сильных и электрических полей. Процессы расширяются до бесконечности в вакууме, с бесконечной последовательностью "петлевых диаграмм" в фейнмановском формализме. Бесконечные процессы порождают расходимости, которые могут быть устранены посредством ренормализации, с переопределением значений массы и заряда в соответствии с силой взаимодействия. Однако, в нильпотентной формулировке свободный невзаимодействующий фермион не имеет определенного значения заряда, и бесконечная последовательность точно суперсимметричных бозонных или фермионных петель автоматически обращается в нуль [3]. "Ренормализация" предстает как просто механизм "пересчета" для фиксации значений при разных мощностях взаимодействий, которые при вычислении возмущений ограничены энергией обрезания, равной планковской массе.

Нильпотентные операторы специального вида используются и в стандартной квантовой теории поля, и было бы полезно представить связь между ними и членами формы $(\pm kE \pm iip + ijm)$, рассмотренными как операторы энергии и одновременно заряда. Каноническое квантование электромагнитного поля использует кулоновскую калибровку, но это влечет нарушение лоренцевой инвариантности. Подход интеграла по путям позволяет нам использовать любую калибровку, и поэтому сохранять

² *Zitterbewegung* (нем.) – квантовое дрожание (букв. "пугливое, дрожащее движение") – термин, введенный Шредингером для обозначения специфического движения микрочастиц.

инвариантность Лоренца, но проблема теперь состоит во введении нефизических или "фиктивных" полей духов Фаддеева-Попова. Версия, используемая в теории струн (БРСТ), устраняет духовые поля посредством объединения всей информации в единый оператор, примененный к лагранжиану. Существенно, что БРСТ оператор (δ_{BRST}) является нильпотентным. Этот оператор может быть использован для создания нетерового тока (J_μ), соответствующего сохраняющемуся нильпотентному БРСТ фермионному заряду (Q_{BRST}). Условие для определения физического состояния принимает вид:

$$Q_{BRST}|\psi\rangle = 0.$$

В дираковской нильпотентной формулировке оператор ($\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{p} + jm$), который применяется только к физическим состояниям (на массовой оболочке), уже является вторично проквантованным и нильпотентным оператором формы δ_{BRST} . Он также является нильпотентным оператором *заряда*, формы Q_{BRST} , но расширенным для включения не только электромагнитных, но и слабых, сильных зарядов. В конечном итоге, он в форме собственных значений идентичен $|\psi\rangle$. Таким образом, три возможных понимания выражения ($\pm \mathbf{k}E \pm i\mathbf{p} + jm$), применяются соответственно к: E и \mathbf{p} , интерпретируемым как дифференциальные операторы во времени и пространстве; E , \mathbf{p} и m как к коэффициентам, определяющим природу зарядов, заданных посредством \mathbf{k} , i и j ; E и \mathbf{p} , интерпретируемым как собственные значения энергии и импульса. Поэтому нильпотентный оператор Дирака доставляет одновременно все характеристики, которые нужны для отдельных БРСТ-членов δ_{BRST} , Q_{BRST} и $|\psi\rangle$.

4. Слабый вакуум

Мы можем рассмотреть функцию заряда как "разбиение" непрерывного вакуума, которое мы никогда непосредственно не наблюдаем, в отличие от дискретного случая. Заряд становится видом вакуумного состояния, соответствующего квантово-полевой природе вектора состояния. Различные заряды соответствуют качественно разным вакуумным состояниям посредством их соотнесения с псевдоскалярными, векторными и скалярными коэффициентами. Три дискретные вакуумные структуры (discrete vacua) описывают только часть вакуума, которую воспринимает только соответствующий тип заряда.

Полный вакуум, который порождает зарядовое разбиение, есть выражение непрерывной или несчетной природы энергии-массы. Непрерывность неизбежно делает массу-энергию одномерными и однополярными, и, ввиду действительности, ограничивает ее одним математическим знаком, который чаще всего берется положительным. Мы можем интерпретировать это как следствие несимметричности основного состояния, или заполненного вакуума, который представляется отрицательной энергией или антифермионами. Физически это проявляет себя в поле Хиггса, которое нарушает симметрию зарядового сопряжения для слабых взаимодействий и дает массу покоя фермионам и слабым калибровочным бозонам.

Использование члена $\mathbf{k}E$ для слабого вакуума обеспечивает то, что мы для всего вакуума выразим непрерывность энергии-массы и одновременно необратимость времени. Никакое физическое состояние не может быть соотнесено с $-E$, хотя зарядово-сопряженное состояние $-i\mathbf{k}E$ может быть определено изменением знака оператора $i\mathbf{k}$. В принципе, это приводит к нарушению слабого зарядового сопряжения, что означает, что слабое взаимодействие безразлично к знаку слабого заряда, и может различать лишь фермионы и антифермионы. Для сохранения CPT -симметрии либо четность, либо симметрия обращения времени также должны быть нарушены.

Ввиду того, что оператор k меняет заряды фермиона на антифермион, слабый вакуум – единственный, который связан с уничтожением/рождением фермиона/антифермиона. Псевдоскалярный аспект означает, что вакуумное или зарядовое состояние, или потенциал, могут быть комплексными, что необходимо для нарушения CP . Псевдоскалярное представление также естественным образом предполагает биполярность, ввиду фундаментальной математической двойственности $\pm i$, и неразличимости знаков при нарушении слабого зарядового сопряжения. Это особое свойство слабого взаимодействия возникает как конечная причина различных фаз материи и фазовых переходов, когда неразличимость знака допускается для эффективного устранения слабой компоненты в фермион-фермионных комбинациях, и таким образом преодолевает аспекты принципа запрета Паули.

Предполагая, что требование непрерывности энергии вакуума обеспечивает физическое преобладание материи над антиматерией, мы получаем, что вакуум должен обладать слабым дипольным моментом, проявляющимся как одностороннее вращение, представляемое как $1/2\hbar\omega$ мода колебания нулевого уровня энергии. В принципе, на это можно взглянуть как на причину появления лево-ориентированных фермионных спинов, где фермион создается одновременно со своим вакуумным отражением. Если слабый вакуум находится в непрерывном состоянии, или в состоянии, объявленном заполненным, посредством рождения слабых диполей, которые имеют дипольный момент или специфическую ориентацию, то мы можем также ожидать, что "флуктуации" в этом вакууме будут соответствовать рождению или уничтожению слабой дипольной фермион-антифермионной пары, каждый со спином $1/2$, посредством гармонического осцилляторного механизма рождения-уничтожения. Флуктуации такого вида соответствуют силе Казимира или ван дер Ваальса с энергией нулевого уровня, в соответствии с потенциалом для флуктуации диполь-дипольного взаимодействия.

Наполненный слабый вакуум, необходимый для непрерывного состояния энергии, приводит к механизму Хиггса, посредством которого фермионы и слабо взаимодействующие бозоны приобретают массу. Чистый слабый заряд, может быть, в целом, лево-ориентированным, но мера противоположной ориентации появится, когда будут применены другие условия, которые при сохранении лоренц-инвариантности, эквивалентны появлению массы покоя. Типичное условие появляется, когда возникают не только слабые заряды. Заряд и инерционная масса являются эффективно различными локализациями вакуума.

5. Сильный вакуум

Сильное взаимодействие, как мы его знаем, проявляется посредством нелокального глюонного моря, с переключением компонент импульса в членах как знака, так и направления, что включает шесть фаз. Это в точности то, что обеспечивается членом $\pm i\mathbf{p}$ в векторе состояния. Замечено, что барионная структура является, по существу, аффинной, распадаясь на компоненты глюонов и комбинации виртуальных барионов *ad infinitum*³. Это в точности то, что мы можем ожидать от аффинной природы оператора \mathbf{p} , компоненты которого могут быть разъединены (или зафиксированы) не более, чем соответственно размерности пространства. Векторная природа сильного оператора также означает, что сильный вакуум – единственный, который имеет определенные относительные фазы. В сильно взаимодействующих системах, фазы

³ Ad infinitum – (лат.) до бесконечности.

связаны с наличием или отсутствием компонент электрического или слабого заряда. Там, где фазы, ассоциированные с этими компонентами, совпадают не остается возможности для различения фаз, а следовательно, нет сильного взаимодействия.

6. Электрический вакуум

Фермионные состояния относятся к состояниям со слабыми зарядами. Однако, существуют два типа фундаментальных фермионных состояний: кварк и лептон. Для кварков фазы \mathbf{p} определены, и s заряды наличествуют; для лептонов они неопределенные, а s заряды отсутствуют. Как различные типы зарядов и вакуум существуют полностью независимо друг от друга, слабый заряд не должен отличаться в зависимости от присутствия или отсутствия сильного заряда. Таким образом, распределения слабых и электрических зарядов для кварков и фермионов должно следовать той же модели; поэтому, дробные электрические заряды, распределенные по кваркам, являются просто выражениями совершенной калибровочной инвариантности сильного взаимодействия, аналогично процессу создания дробного заряда в квантовом эффекте Холла, – и не являются собственными аспектами структуры кварка. В то же время, слабый заряд должен быть независим относительно присутствия или отсутствия e .

Фермионные состояния с электрическим зарядом и без него, стандартно описываются как $SU(2)_L$ состояния (вверх / вниз, нейтрино, электрон, и т. д.); они должны возникать как *явно* неразличимые относительно слабого взаимодействия. Обычно мы используем третью компоненту слабого изоспина (t_3), по аналогии с $SU(2)$ спина, как квантовое число для различия этих состояний. Для двух изоспиновых состояний, $t_3 = \pm 1/2$, но только для половины полного числа состояний (только для лево-ориентированных). Для свободных фермионов, квантовое число электрической силы принимает значение $Q = -1$, где представлен электрический заряд ($-e$) (и взят, как обычно, с отрицательным знаком), снова для половины числа состояний (хотя и для другой половины). Если слабое и электрическое взаимодействия описаны некоторой калибровочной группой Великого Объединения, ортогональность и условия нормализации требуют смешанного соотношения, вводимого как $\sin^2\theta_W$, определяемого посредством $Tr(t_3^2)/Tr(Q^2)$, и равного в данном случае 0.25.

Однако, соотношение не может быть применено только к свободным фермионам, если слабые взаимодействия независимы от присутствия или отсутствия сильного заряда. Таким образом, в точности та же пропорция смешения, с $\sin^2\theta_W = 0.25$, должна существовать и для кварковых состояний, и по отдельности для каждой "цветовой" фазы, или направления импульса; так что слабое взаимодействие не может обнаруживаться посредством "цвета". Интерпретация "цвета" через фазы или направления импульса допускает мгновенное существование лишь одной кварковой фазы в трех. Таким образом мы получаем, что вариация заряда $0 \ 0 \ -e$ должна быть взята в противоположность как пустому фону, или "электрическому вакууму" $(0 \ 0 \ 0)$, так и заполненному фону $(e \ e \ e)$, так что два состояния слабого изоспина в трех цветах становятся:

$$\begin{array}{ccc} e & e & 0 \\ 0 & 0 & -e. \end{array}$$

Наиболее ясное проявление электрического вакуума должно, следовательно, входить в $SU(2)_L$ для слабого взаимодействия. Слабый вакуум, который полон и не может быть обратим, эффективно контрастирует с электрическим вакуумом,

который может быть заполнен или опустошен, либо обращен для антифермионов. Однако, в то время как структуры $SU(3)$ и $U(1)$ прямо возникают из вектора \mathbf{p} и скалярных m членов в дираковском состоянии, структура $SU(2)$ для слабого взаимодействия связана лишь с $SU(2)$ -спин структурой, относящейся косвенным образом к псевдоскаляру E . Это происходит потому, что член E , входящий в уравнение, не представляет асимметрию физического E полным образом. $SU(2)$ для E является и $SU(2)$ для спиральности, и связано с $SU(2)_L$ для слабого изоспина лишь посредством матрицы (подобной CKM матрицы), включающей массу покоя. Это зависимость массы, связанная с заполненной природой вакуума в механизме Хиггса, который превращает $SU(2) \rightarrow SU(2)_L$.

Смешивание членов E и \mathbf{p} , или право- и лево-ориентированных компонент в нильпотентном векторе состояния, также эквивалентно смешиванию e и w зарядов, или электрических и слабых вакуумных структур, но это смешивание не может, по существу, влиять на слабое взаимодействие, которое не обладает право-ориентированными компонентами для фермионов. Таким образом, слабое взаимодействие должно быть одновременно лево-ориентированным для фермионных состояний и независимым относительно существования или отсутствия электрического заряда, который вводит право-ориентированный элемент.

7. Гравитационный вакуум

Три члена дираковского 4-спинора представляют три его дискретные вакуумные "отражения" фермиона; четвертый же (стандартно размещаемый в первом ряду), представляет само создание частицы. Ввиду того, что три вакуумные отражения порождаются членами, которые являются также операторами заряда, естественно заключить, что заряд является фундаментальным вакуумным генератором. В то же время, масса фермиона и соответствующая энергия вакуума могут быть рассмотрены как "порожденные" оператором "массы" (1). Так, мы можем рассмотреть гравитацию, силу, порожденную массой, как представляемой вакуумным оператором формы $1(\pm i\mathbf{k}E \pm i\mathbf{p} + jm)$. Однако, более вероятно, что гравитационный вакуум имеет форму $-1(\mathbf{k}E + i\mathbf{p} + jm)$, член, аннулирующий дираковское состояние.

Многие полагали, что гравитация является дискретной силой. Однако, она возникает из непрерывного вакуума и является единственным серьезным кандидатом на роль нелокальности для мгновенной квантовой корреляции дираковского состояния, и для источника бесконечного спектра нуль-энергии. Использование коэффициента 1 может быть взято как эквивалент утверждению о том, что гравитационный вакуум не может быть проквантован непосредственно. Одним из путей представления этого состоит в том, чтобы определить гравитационную энергию как отрицательную (ввиду силы отталкивания) и соотнести заполненный вакуум с отрицательным состоянием энергии, как предлагается в оригинальной теории позитрона Дирака, и как объясняется отсутствие антиматерии из основного состояния Вселенной. Тем не менее, существует дискретное вакуумное представление, связанное с массой. Это инерционная компонента, связанная с дискретной массой покоя, которая проявляет себя в структуре фермионного и бозонного заряда. В механизме Хиггса это знаменуется нелокальным конечным уровнем энергии для слабого вакуума. Инерционная компонента может быть рассмотрена как дискретная локальная реакция, заданная посредством $1(\pm i\mathbf{k}E \pm i\mathbf{p} + jm)$ на непрерывную нелокальную гравитационную энергию, заданную посредством $-1(\mathbf{k}E + i\mathbf{p} + jm)$. Можно сказать, что полная нуль-энергия "вселенной" появляется как комбинация положительного нильпотента (инерции, суммы зарядов) с отрицательным (гравитацией).

8. Сферически симметричные потенциалы, примененные к фермионному состоянию

Если мы определяем заряды как точечные источники, они, по определению, имеют сферическую симметрию. Введение сферической симметрии пространства, несомненно, является эквивалентным путем выражения сохранения углового момента, и мы можем показать, что три групповые симметрии, относящиеся к слабому, сильному и электрическому взаимодействиям, связаны с тремя независимыми аспектами сферической симметрии или сохранением углового момента. $SU(2)$ симметрия (слабая) означает независимость сохранения от направления вращения; $SU(3)$ симметрия (сильная) означает ее независимость от выбора осей; $U(1)$ симметрия (электрическая) означает ее независимость от длины радиус-вектора. На деле, дираковский нильпотент может быть выбран как выражение, содержащее всю необходимую информацию для получения полного углового момента, который описывает состояние. Три симметрии, и три отдельных закона сохранения углового момента вытекают из одного факта, что три части вектора фермионного состояния определяются соответственно псевдоскалярным, векторным и скалярным операторами.

Используя полярные координаты, мы можем записать вектор нильпотентного состояния фермиона, находящегося под воздействием потенциала $V(r)$ точечного источника в форме:

$$\left(\mathbf{k}(E - V(r)) + i\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{1}{r} \pm i\frac{j + 1/2}{r}\right) + ij\mathbf{m} \right),$$

где $j + 1/2$ – полный угловой момент. Целью теперь является найти фазовый член, к которому может быть применен данный оператор, чтобы сделать амплитуду нильпотентной, для всех типов потенциала $V(r)$. Фактически, мы уже знаем типы потенциалов, которые должны применяться для слабых, сильных и электрических сил, и также можем показать, что это именно те, которые допускают нильпотентные решения [1], [6].

Минимальным условием для сферической симметрии является обратный линейный (кулоновский) потенциал, $V = -A/r$, связанный с $\mathbf{k}E$. Это соотносится со скаляром $U(1)$ компоненты. В чистом случае, это соотносится с электрическим взаимодействием и дает нам характерное решение "водородного атома". Однако, кулоновский член является неотъемлемым аспектом как сильной, так и слабой силы, ввиду того, что каждый заряд с необходимостью имеет скалярную компоненту – эквивалент константы связи. Никакое нильпотентное решение не является возможным без нее, так как обратные линейные члены, ассоциированные с i кватернионным оператором, требуют присутствия члена того же самого типа, ассоциированного с \mathbf{k} кватернионом. (Это является дополнительным требованием для $U(1)$ члена в слабом взаимодействии, и его связь с массой, которая эффективно меняет группу $SU(2)$ спина на $SU(2)_L$ слабого изоспина.)

В дополнении к кулоновскому члену, сильное взаимодействие требует, как мы видели, чтобы линейный потенциал $(-Br)$ допускал бы переключение между компонентами $\pm iip_x, \pm iip_y, \pm iip_z$ вектора импульса. Применение данного принципа к вектору состояния дает нам нильпотентные решения, имеющие фазовыми членами только члены вида $\exp(\mp iEr \pm iqBr^2/2)r^{\pm iqA-1}$. Для малых r это приводит к асимптотической свободе, а при больших r – к инфракрасному пленению. "Активный" член в конфайнменте является векторной частью потенциала взаимодействия $(-Br)$, в то время как скалярная часть $(-A/r)$ остается "пассивной".

Для псевдоскалярного слабого взаимодействия необходим дипольный или мультипольный член $(-Cr^s)$, где $-3 \geq s$, в потенциале в дополнение к кулоновскому

выражению. Однако, любая зависимость полиномиального типа r для потенциала, отличная от $s = \pm 1$, после комбинирования с обратным линейным членом, необходимым для сферической симметрии, дает решение гармонического осциллятора, безотносительно к специфике r зависимости. Т. о., состояние энергии принимает вид

$$E = \left(\frac{m}{j + 1/2} \right) (\pm iA + n'),$$

где n' – целое. Беря минимальное условие на A , фазовый член, необходимый для сферической симметрии, или случайное направление фермионного спина, как полуцелой величины $\pm 1/2i$, получаем решение:

$$E = \left(\frac{m}{j + 1/2} \right) (1/2 + n').$$

Естественно, слабое взаимодействие имеет в точности эти характеристики, создавая и уничтожая из вакуума пары фермион/антифермион спина $1/2$, используя подходящие операторы рождения или уничтожения, способом, присущим гармоническому осциллятору. Мы даже можем представить воздействие слабого дипольного момента как *причину* появления комбинаций фермион-антифермион из вакуума или как обратный процесс взаимной аннигиляции. В дополнение, решение позволяет членам в выражении потенциала быть комплексными, что приводит к возможности нарушения CP , к комплексной константе связи или потенциалу, вводящих комплексность в лагранжиан, и, следовательно, в CKM матрицу.

Нильпотентная природа оператора Дирака на самом деле требует, чтобы один из трех зарядов или $E - \mathbf{p} - m$ членов был комплексным; таким образом, спин $1/2$, или нильпотентное состояние, невозможен в принципе без введения комплексного аспекта. Комплексность члена, в этом смысле, приводит к рождению дипольного поля, алгебры, требующей одновременно положительных и отрицательных решений и никаких предпочтений. Другими словами, мы можем рассмотреть слабый заряд, как производящий не только фазовый член с двумя решениями, ни одно из которых не имеет привилегированного положения с математической точки зрения, но и механизм осцилляции между ними. Поэтому дипольная структура слабой силы существенным образом связана с комплексными аспектами слабого заряда. Комплексные числа не имеют привилегий в смысле знака, и слабый заряд имеет тенденцию вести себя независимо от знака: в то время как фермион и антифермион различимы, $+w$ и $-w$ не различимы. Комплексные уравнения с необходимостью имеют дуальные (комплексно-сопряженные) решения, и мы можем рассматривать слабый заряд, как несущий вместе с собой и заряд с другим знаком в качестве вакуумного образа. Создаваемый таким образом дипольный момент устанавливает ориентацию, которая обеспечивает киральность. Однако, физические соображения требуют преимущества материальных условий над заполненным слабым вакуумом, что обеспечивается соответствующим электромагнитным вакуумом, который либо является пустым, либо заполненным в одном из двух допустимых $SU(2)$ состояний.

9. Теория струн без струн

Модели суперструн и мембран позиционируются в физике как наиболее правдоподобные кандидаты на роль Теорий Великого Объединения. Однако, существует распространенное мнение, что теория великого объединения не совпадет ни с одним

из пяти известных классов теории струн, но предстанет как более фундаментальная, объединяющая теория, для которой эти известные классы окажутся модельно-зависимыми приближениями при дополнительных предположениях. Поэтому в идеальной теории струн или мембран должны исчезнуть модельно-зависимые предположения, фактически она должна стать струнной теорией без струн. Десять измерений пространства-времени, по-видимому, необходимы для построения квантовой полевой теории суперструн, в которой сокращаются все аномалии, в то время как расширение до одиннадцатого измерения необходимо для вложения в супермембраны всех классов теории струн. Нильпотентная дираковская теория удовлетворяет этим требованиям. Каждый нильпотент представляет 10 сохраняющихся величин и, поэтому, может быть построен в 10-ти мерном дуальном фазовом/зарядовом пространстве:

энергия	слабый заряд
3 компоненты импульса	3 компоненты сильного заряда
масса покоя	электрический заряд.

Это множество 10 "размерностей" соединяет в себе фундаментальную дуальность, включающую вакуум. Все частицы дуальны вакууму и существуют только в соотношении с ним (*zitterbewegung* становится динамическим проявлением этого), поэтому нам требуется десять порций информации одновременно для полного описания состояния частицы. Компоненты энергии и заряда появляются как взаимно исключающие заполнители вакуума или аспекты материи. В целом, одно множество из пяти компонент описывает частицу, а другое – дуальное вакуумное состояние, или одно множество представляет амплитуду, а другое – фазу. Однако, для задания состояния необходимы все десять компонент, а для преобразования из фазового пространства в "реальное" пространство мы можем просто использовать сопряженную метрику $\pm kt \pm iir + ij\tau$. Существенным является то, что шесть "размерностей" (все, за исключением E и \mathbf{p}) являются фиксированными или компактифицированными, в точности в соответствии с требованиями теории струн. Также они ограничены симметриями, которые по своей природе являются сферическими, как, например $U(1)$ -симметрия в теории Калуцы-Клейна, которая соответствует здесь частному случаю электрического заряда.

Одиннадцатое, или "мембранное" измерение является коммутативным гильбертовым пространством, связывающим все нильпотенты, которое существенным образом связано с гравитацией и мгновенными корреляциями. Тем не менее, мы должны осознать, что обе модели, 10-ти и 11-ти мерная, являются в действительности проявлениями более фундаментальной 3-мерности, заданной посредством трех кватернионных операторов k, i, j . Квантовая нильпотентная структура всегда может быть задана 3-мерным представлением, через аффинную природу \mathbf{p} или s оператора. Только одно направления спина и только одно состояние для цветного заряда является корректно-заданным. Данное понимание позволяет нам построить ренормализуемую теорию квантовой гравитации или квантовой гравитационной инерции.

Теории струн, по определению, являются также суперсимметричными. Это, конечно же, ненарушенная суперсимметрия дираковского нильпотента, которая позволяет задать состояния энергии и заряда одновременно. В принципе, ненарушенная суперсимметрия требует нулевой полной энергии вакуума, что мы и ожидаем, если связанная с материей полная энергия компенсируется отрицательной гравитационной энергией. Спонтанное нарушение симметрии в данной интерпретации вызвано не общим состоянием вакуума, а слабым дискретным вакуумом, который в силу механизма Дирака-Хиггса предпочитает состояния $+E$ состояниям $-E$ дискретной материи.

Существенно, что суперпространство, необходимое для суперсимметрии, постулирует четыре антисимметричные координаты как суперпартнеры пространства-времени; здесь они становятся массой и тремя зарядами. Вместе восемь координат составляют суперпространство, которое в данном формализме принимает характер нильпотентной алгебры Дирака.

10. Нуль-энергия и эффект Казимира

Одной из интерпретаций вакуума является "остальная Вселенная" (the rest of the Universe), "реакционная" половина третьего закона Ньютона. Это показывает, как мы можем определить вакуум ссылаясь на "образ" заряда или "отражение" дискретного источника. Для дискретного слабого, сильного или электрического вакуума, это означает, что часть остальной Вселенной распознается посредством подходящего заряда, и это является эффективным отрицанием данной компоненты. Однако, полный вакуум является *непрерывным* вакуумом, производимым посредством действительной (гравитационной) компоненты, и для любого заданного фермиона, он создает вектор состояния, эквивалентный $-1(\mathbf{k}E + i\mathbf{ip} + ijm)$, с отрицательной энергией. Комбинация фермиона и полного вакуума порождает нуль-тотальность и нулевой вектор состояния. "Непрерывность" в данном контексте может означать лишь отсутствие дискретных уровней энергии, и именно это свойство приводит к возникновению бесконечной плотности виртуальной энергии и виртуальной энергии $1/2\hbar\omega$ для всех возможных мод колебаний, так называемого нулевого уровня энергии. Непрерывный вакуум поэтому составляется зеркальными образными состояниями всевозможных фермионных состояний, и именно такой непрерывный вакуум делает возможным нелокальную связь, предполагаемую принципом запрета Паули. Каждое возможное состояние дает виртуальную вакуумную энергию $1/2\hbar\omega$, как основное состояние гармонического осциллятора, которым, конечно, в точности и является. Для создания действительного фермионного состояния мы возбуждаем виртуальное вакуумное состояние $-1/2\hbar\omega$ до уровня $1/2\hbar\omega$, используя квант полной энергии $\hbar\omega$. Непрерывный вакуум, однако же, никогда не может быть подвергнут прямому точному наблюдению, ввиду своей непрерывности, и поэтому, понятие непрерывности с неизбежностью останется "потенциальным", или виртуальным.

Проявление непрерывности вакуума, которое мы наблюдаем, является широко известной силой Казимира отталкивания между незаряженными пластинками металла площади A , на малом расстоянии d :

$$F = \frac{\pi\hbar c A}{480d^4}.$$

Ввиду зависимости от $1/d^4$, эта сила проявляет себя вне области $1 \mu m$ как диполь-дипольное взаимодействие, в точности того же типа, что и сила Ван дер Ваальса сцепления молекул. Эта интерпретация предполагает нуль-флуктуации виртуальных фотонов в пространстве между пластинками или молекулами; но такой же результат возможно получить, используя нуль-флуктуации электронов в металлических поверхностях [7]. В данном случае это становится Лондоновским дисперсионным взаимодействием. Согласно другой картине (Хеллмана-Фейнмана), облака квантовых зарядов на двух пластинах, молекулах или других объектах по мере их приближения становятся деформированными в соответствии с изменением значения вероятности их распределения заряда. В этом случае, сила идентична причине химического соединения, вызванного классической электростатической силой [7].

Ввиду вышесказанного, сила Казимира является не отдельным феноменом, а аспектом классического электромагнитного взаимодействия. В то время как Петерсон и Метзгер [7] используют это в качестве средства устранения из вывода формулы таких неосмысленных вещей как квантовые флуктуации, мы можем повернуть ход рассуждений таким образом, что обычная электромагнитная сила станет вакуумной проекцией. Обратная пропорциональная четвертому порядку сила Казимира между объектами, которые глобально электрически нейтральны, но локально образованы электростатическими диполями, должна предполагать обратный квадрат силы между отдельными заряженными частицами, из которых образованы эти объекты. И родственные эффекты конденсированной материи, такие как ядерные силы, должны описываться в подобных терминах как проявления казимировского типа фермионных или бозонных вакуумных флуктуаций, так же, как и взаимодействия между дискретными зарядами, определяемые вероятностными распределениями.

Если мы описываем силы, вызванные дискретными зарядами (электрически-ми, сильными, слабыми), как казимировского типа проявления вакуума, мы получаем прямую физическую интерпретацию для соответствующего использования квантовых операторов j, i, k как для этих трех зарядов, так и для операции соответствующего электрического, сильного и слабого вакуума (*vacua*) посредством $j(\pm ikE \pm \mathbf{ip} + jm)$, $i(\pm ikE \pm \mathbf{ip} + jm)$, $k(\pm ikE \pm \mathbf{ip} + jm)$. Ввиду того, что операторы прикреплены соответственно к псевдоскаляру E , вектору \mathbf{p} и скаляру m в векторе состояния, их вакуумы будут разными, и силы также будут вести себя различным образом. Однако, ключевым механизмом во всех казимировских вычислениях является то, что они предстают как результат выделения *дискретных* объектов из *непрерывной* среды, и имеют смысл лишь в контексте пар объектов. Создание пары дискретных объектов на некотором конечном расстоянии, порождает силу, поскольку создается пространство, защищенное от некоторых мод вакуумных колебаний вне этого пространства. В принципе, следовательно, все взаимодействия между дискретными заряженными объектами и даже величины констант связи могут быть рассмотрены как результат существования покоя вселенной как вакуумного состояния, в направлении принципа ренормализации и принципа Маха для параллельного случая инерционных масс.

В данной интерпретации, казимировский и связанные с ним эффекты становятся путем, на котором дискретный заряженный вакуум проявляет их в соотношении с непрерывным полным вакуумным фоном; они представляют разделение вакуума в соответствии с тремя типами зарядовых состояний. Число заполнения зарядовых состояний (то есть, имеют ли заряды единичные или нулевые значения) устанавливается на основе относительных фаз между компонентами вектора состояния. Это определяет тип частицы и возможные взаимодействия. Вакуум, однако же, становится механизмом, посредством которого данный процесс проявляется. Создание дискретных единиц с ненулевым числом заполнения порождает "искажения" вакуума, которые мы называем взаимодействиями, так же, как наличие дискретных источников порождает вакуумный отклик или искажение односвязного пространства, которое порождает эффект Ааронова-Бома и фазу Берри.

Литература

- [1] P. Rowlands: arXiv: quant-ph/0301071.
- [2] P. Rowlands: arXiv: physics/0106054.
- [3] P. Rowlands and J. P. Cullerne: arXiv: quant-ph/0109069.
- [4] M. Kaku: *Quantum Field Theory*, Oxford University Press, 1993.

- [5] I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey: *Gauge theories in partical physics*, Adam Hilger, 1989.
- [6] P. Rowlands: AIP Conference Proceedings (in press).
- [7] R. Peterson and R. M. Metzger, *Int. J. Chem.*, **7**, 1–4, 2004.